

Welche Aufgaben sind schwierig und warum? Aufgabendiagnostische Kompetenzen erwerben und anwenden

Ein Fortbildungsmodul für Lehrkräfte zur akkuraten Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit und zur Erstellung differenzierender Aufgaben im Mathematikunterricht

Andreas Rieu^{1,*}

¹ Pädagogische Hochschule Freiburg * Kontakt: Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematische Bildung, Kunzenweg 21, 79117 Freiburg Mail: andreas.rieu@ph-freiburg.de

Zusammenfassung: Die akkurate Einschätzung der Schwierigkeit von Mathematikaufgaben ist ein zentraler Aspekt für die Anpassung des Unterrichts an die individuellen Bedürfnisse der Schüler*innen und für die Erstellung von Lernstandserhebungen. Die dafür erforderlichen Fähigkeiten der Lehrkräfte umfassen sowohl die Diagnose der Lernvoraussetzungen der Schüler*innen als auch die Anforderungen der verwendeten Aufgaben und setzen fachdidaktisches und prozedurales Wissen voraus. Der vorliegende Artikel beschreibt ein Fortbildungsmodul, welches auf der Grundlage eines Instruktionsdesign-Modells (4C/ID) konzipiert und durchgeführt wurde. Zum Aufbau von komplexen Fähigkeiten werden dabei Routinen auf der Grundlage von vermitteltem Wissen und reflektierten Prozessen trainiert. Dazu wurde den teilnehmenden Lehrkräften fachdidaktisches Wissen aus dem Bereich der Bruchrechnung zu schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmalen, deren Einfluss auf das Anforderungsniveau und prozedurales Wissen zum Identifizieren und Gewichten dieser Merkmale bei der Aufgabendiagnose während der Bearbeitung von verschiedenen Lernaufgaben vermittelt. Die qualitative Evaluation des Fortbildungsmoduls unterstreicht die Praxisrelevanz der ausgewählten Diagnosesituationen und den hohen Anwendungsbezug des trainierten prozeduralen Wissens.

Schlagwörter: Lehrerfortbildung; Aufgaben; Diagnose; kognitiver Prozess



1 Einleitung

Die Lernleistungen von Schüler*innen hängen unter anderem von der diagnostischen Kompetenz ihrer Lehrkräfte ab (Helmke, 2022), da diese den Kenntnisstand, die Lernfortschritte und die Leistungsherausforderungen der einzelnen Lernenden sowie das Anforderungsniveau von Lernaufgaben im Unterricht beurteilen und so ihre didaktischen Anschlusshandlungen anpassen (Weinert, 2002). Die durchgeführten pädagogischen Diagnosen sind als komplexe kognitive Prozesse zu verstehen, da dabei das Schüler*innendenken in einer bestimmten Situation erkannt oder antizipiert werden muss – z.B. welche Fehler typischerweise im Bereich des unterrichteten Themas auftreten können oder welche Schwierigkeiten Schüler*innen mit Aufgaben haben. Hoth et al. (2016) zeigten bei der videobasierten Untersuchung diagnostischer Prozesse im Mathematikunterricht, dass Lehrkräfte in diagnostischen Situationen zwar sehr unterschiedlich vorgehen, aber vor allem größeres Wissen dazu führt, die relevanten Aspekte wahrzunehmen und damit das Unterrichtsgeschehen akkurater zu interpretieren. Eine hohe diagnostische Kompetenz von Lehrkräften kann daher als das wissensgeleitete Durchführen von komplexen kognitiven Prozessen mit einer akkuraten Diagnose als Produkt gesehen werden und hat eine große Bedeutung für den individuellen Lernprozess (Loibl et al., 2020).

Die Einschätzung der Schwierigkeit der im Unterricht eingesetzten Aufgaben stellt somit eine zentrale, aber auch komplexe Tätigkeit für Lehrkräfte dar, die vor allem bei der Planung und Gestaltung von Unterricht ausgeführt wird. Dabei muss das Anforderungsniveau der Aufgaben, die in Schulbüchern oder Arbeitsheften vorgeschlagen werden, auf der Grundlage von schwierigkeitsgenerierenden Merkmalen akkurat beurteilt werden. Die dafür notwendige aufgabendiagnostische Kompetenz stellt also die Fähigkeit der Lehrkräfte dar, Aufgabenmerkmale und deren Einfluss auf die Lösungshäufigkeit akkurat einzuschätzen (McElvany et al., 2009; Südkamp et al., 2008).

Nach der Diagnose können diese Aufgaben (oder ggf. deren Anpassungen) adaptiv zur Lerngruppe bei unterrichtlichen Anschlusshandlungen eingesetzt werden (Rieu et al., 2022). Auch bei der Erstellung von differenzierenden Arbeitsblättern oder der Konzeption von Lernstandserhebungen ist diese Facette der professionellen Kompetenz von Lehrkräften eine wichtige Voraussetzung, da Aufgaben so passend zu den individuellen Voraussetzungen der Schüler*innen im Rahmen eines gemeinsamen mathematischen Gegenstands erstellt werden können. Die Grundlage für die akkurate Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit oder der Konzeption von Aufgaben mit unterschiedlichem Anforderungsniveau durch die Lehrkraft ist wiederum spezifisches fachdidaktisches Wissen über schwierigkeitsgenerierende Aufgabenmerkmale und deren Einfluss auf das Anforderungsniveau. Auf kognitiver Ebene wiegen die Lehrkräfte verschiedene Ausprägungen der Merkmale gegeneinander ab und gewichten sie (Rieu et al., 2020).

Die notwendigen Kompetenzen zur akkuraten Ausführung dieser komplexen Tätigkeiten erwerben Lehramtsstudierende im Rahmen ihres Studiums, im Beruf stehende Lehrkräfte durch die Reflexion von Alltagshandlungen oder durch Fortbildungsgelegenheiten. Im vorliegenden Artikel wird ein spezifisches Fortbildungsmodul beschrieben, welches auf der Grundlage des 4C/ID-Modells (van Merriënboer, 2020) und unter Berücksichtigung seiner Spezifizierung auf diagnostische Situationen von Becker et al. (als Editorial zu diesem Cluster) konzipiert wurde. Bei der Einschätzung von Lernendenvoraussetzungen oder Aufgabenschwierigkeit befinden sich Lehrkräfte in einer komplexen Situation und führen anspruchsvolle Tätigkeiten aus. Zur Vorbereitung und zum Training dieser komplexen Fähigkeiten bietet sich das von van Merriënboer entwickelte Instruktionsdesign-Modell an. Dabei bilden die auszuübenden Tätigkeiten und das Anwenden von Wissensfacetten den Fortbildungsrahmen mit dem Ziel des Aufbaus der professionellen Kompetenz von Lehrkräften. Konkret wird den teilnehmenden Lehrkräften das in den diagnostischen Situationen benötigte Wissen im Sinne von unterstützen-

den und prozeduralen Informationen punktuell und in abnehmendem Maße zur Verfügung gestellt und sie werden somit bei der Ausübung ständig komplexer werdenden Lernaufgaben unterstützt und angeleitet, bis diese routiniert ablaufen.

Eine solche diagnostische Situation stellt der paarweise Vergleich von Mathematikaufgaben im Sinne einer Aufgabendiagnose oder die selbständige Konzeption von unterschiedlich schwierigen Aufgaben für Lernstandserhebungen dar. So beeinflussen Aufgabenmerkmale (z.B. die Addition von gleichnamigen Brüchen wie

 $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

im Gegensatz zu ungleichnamigen Brüchen wie

 $\frac{1}{5} + \frac{2}{7}$

das Anforderungsniveau: Die Lösungshäufigkeit ist deutlich geringer bei der Addition von ungleichnamigen Brüchen (Rieu et al., 2020) und muss von Lehrkräften als relevanter schwierigkeitsgenerierender Faktor erkannt werden.

Konkret bedeutet dies, dass auf der Ebene der kognitiven Prozesse bei der Aufgabendiagnose zunächst die Aufgabenmerkmale (hier: gleichnamige oder ungleichnamige Brüche, mathematische Operation, etc.) wahrgenommen werden müssen. Das Präsenz oder Absenz und die Ausprägung der Merkmale determiniert anhand der Herausforderungen für Schüler*innen das Anforderungsniveau, welches durch die Aufgabenschwierigkeit (im Sinne einer durchschnittlichen Lösungshäufigkeit) operationalisiert ist.

Bei der beschriebenen Aufgabendiagnose werden als deklarative Informationen Taxonomien für Aufgabenmerkmale, wie unter anderem das Klassifikationsschema der COACTIV-Studie (Jordan et al., 2006), und Forschungsergebnisse zum Einfluss schwierigkeitsgenerierender Merkmale auf das Anforderungsniveau von Aufgaben benötigt und angewendet. Zu den integrierten prozeduralen Informationen gehört die Schulung der Wahrnehmung und die akkurate Gewichtung der Aufgabenmerkmale. Durch die Bearbeitung der Lernaufgaben im hier vorgestellten Fortbildungsmodul trainieren die Lehrkräfte die praxisrelevanten Fähigkeiten, die Schwierigkeit von im Schulbuch angebotenen oder im Unterricht verwendeten Aufgaben einzuschätzen und bedarfsorientiert Aufgaben mit unterschiedlichen Anforderungsniveaus zu konzipieren. Im weiteren Verlauf werden die fachdidaktischen Grundlagen, die Überlegungen zum Instruktionsdesign und die konkrete Umsetzung des Fortbildungsmoduls fokussiert. Darüber hinaus werden erste Erfahrungen bei der Durchführung berichtet.

2 Die Rolle von Aufgaben für adaptives Unterrichten

Die Konzeption und Durchführung von erfolgreichem Unterricht mit hohem Lernzuwachs für Schüler*innen ist die grundlegende professionelle Anforderung an Lehrkräfte. Dabei spielt die Anpassung des Unterrichts an die Lernvoraussetzungen der Lernenden, also der Durchführung von adaptivem Unterricht, eine zentrale Rolle und bedeutet, die gestellten kognitiven Anforderungen passend zu den über Diagnose erhobenen Voraussetzungen der Lernenden zu gestalten (Beck et al., 2008). So berichten Brühwiler und Vogt (2020) positive Effekte einer hohen adaptiven Lehrkompetenz auf die Leistungen der Lernenden, die durch die Qualität der Unterrichtsprozesse mediiert wird. Diese Anpassung wird beispielsweise über eine Differenzierung der kognitiven Herausforderungen im Unterricht anhand der Auswahl von Aufgaben ermöglicht, die den individuellen Lernvoraussetzungen entsprechen (Brühwiler, 2014).

Im Fach Mathematik bestimmen schwierigkeitsgenerierende Merkmale die kognitive Herausforderung einer Aufgabe und somit deren Schwierigkeit für die Lernenden (Jordan et al., 2006). Dabei stellt die Einschätzung der Schwierigkeit der im Unterricht eingesetzten Aufgaben einerseits eine wichtige Rolle für den Lernprozess der Schü-

ler*innen dar. Andererseits ist genau diese Aufgabendiagnose auch eine komplexe Tätigkeit für die Lehrkräfte, die ein hohes Maß an diagnostischer Kompetenz voraussetzt: Die Aufgabenmerkmale müssen zunächst identifiziert und unter Anwendung des Wissens über deren Relevanz für die Aufgabenschwierigkeit interpretiert werden (Rieu et al., 2022). Bei der Planung und Gestaltung von Unterricht wird die Lehrkraft darüber hinaus noch Schüler*innenmerkmale berücksichtigen und die Auswahl in Einklang zum Unterrichtsziel treffen.

Konkret bedeutet dies, dass eine Lehrkraft zunächst alle für den Lösungsprozess relevanten Aufgabenmerkmale identifizieren muss. Um dann zu einer Entscheidung hinsichtlich der Aufgabenschwierigkeit (z.B. im Vergleich mit einer anderen Aufgabe) zu gelangen, müssen diese Informationen verarbeitet werden, was bedeutet, dass die Relevanz, d.h. der erwartete Einfluss der identifizierten Aufgabenmerkmale auf die Lösungswahrscheinlichkeit, abgewogen werden muss. Diese beiden Prozesse sind wissensbasiert und hängen vom verfügbaren fachdidaktischen Wissen der Lehrkraft, aber auch von Situationseigenschaften wie z.B. der verfügbaren Zeit ab (Rieu et al., 2022).

Während die Identifizierung einzelner Merkmale (eine Aufgabe zur Bruchaddition mit gleichnamigen Brüchen ist leichter zu lösen als eine Aufgabe mit ungleichnamigen Brüchen) ein einfacher wissensbasierter Prozess ist, so ist die Verarbeitung von Informationen über mehrere Merkmale (ein Vergleich von Bruchaufgaben in denen gleichnamige und ungleichnamige Brüche, reine und gemischte Brüche und sprachliche Variationen vorkommen) ein komplexer Prozess (Rieu et al., 2020). In einer einfachen diagnostischen Situation werden Aufgaben nach ihrer Schwierigkeit eingeschätzt, die sich nur in einem der Aufgabenmerkmale unterschieden, wobei die Lehrkraft das Merkmal mit höherem Anforderungsniveau identifiziert, um eine Entscheidung bezüglich der relativen Aufgabenschwierigkeit zu treffen. Allerdings müssen auch Aufgaben im paarweisen Vergleich nach ihrer Schwierigkeit eingeschätzt werden, bei welchen zwei Merkmale ausgeprägt sind. Dabei können beide Merkmale in einer Aufgabe ein höheres Anforderungspotenzial besitzen und somit einseitig ausgeprägt sein. Allerdings können die Aufgabenmerkmale auch in reziproker Weise ausgeprägt sein, d.h. eine Aufgabe enthält den anforderungsvollen Wert des einen Merkmals und die andere Aufgabe den anforderungsvollen Wert eines anderen Merkmals. Für ein akkurates Urteil müssen die Lehrkräfte also beide Merkmale erkennen und die Relevanz dieser Merkmale abwägen, um die schwierigere Aufgabe auszuwählen (Rieu et al., 2020).

3 Die Einschätzung des Anforderungsniveaus von Aufgaben als professionelle Tätigkeit

Das hier beschriebene Fortbildungsmodul fokussiert den Kompetenzaufbau der Lehrkräfte in der beschriebenen Situation der Aufgabendiagnose, also bei der Einschätzung des Anforderungsniveaus von Aufgaben und deren Merkmalen, die in Schulbüchern oder Arbeitsheften vorgeschlagen werden. Anhand dieser Diagnose kann Unterricht geplant, können Anschlusshandlungen eingeleitet, differenzierende Arbeitsblätter oder Lernstandserhebungen erstellt werden. Im Rahmen der hier beschriebenen Fortbildung wird exemplarisch ein mathematischer Gegenstand, hier Aufgaben der Addition und Subtraktion von Brüchen, abgebildet, da es sich um einen der zentralen Inhalte der Klassenstufen 5 und 6 handelt.

Die akkurate Einschätzung des Anforderungsniveaus von Aufgaben stellt eine wichtige Kompetenz dar, um Aufgaben in unterrichtlichen (Anschluss-)Handlungen adaptiv zur Lerngruppe, konform zu didaktischen Zielsetzungen oder in Lernstandserhebungen einsetzen zu können. Dazu antizipieren Lehrkräfte die Lösungsprozesse der Lernenden und erkennen mögliche Schwierigkeiten (Kron et al., 2021; McElvany et al., 2009; Philipp, 2018). Das Wissen über schwierigkeitsgenerierende Merkmale einerseits und die Informationsverarbeitung über die Prozesse der Wahrnehmung und der Verarbeitung

dieser Informationen anderseits stellen dafür die notwendige Grundlage dar. Für den Aufbau dieser komplexen Fähigkeiten der Lehrkräfte ist ein Fortbildungsmodul erforderlich, welches den wissensbasierten und prozeduralen Herausforderungen in systematischer Weise begegnet (Leuders & Wessel, 2020). Eine Grundlage für die Konzeption von solch umfassenden Fortbildungsmodulen kann in Anlehnung an van Merriënboers 4C/ID (4-Component-Instructional-Design)-Modell (2020) gefunden werden, welches auf nicht gegenstandspezifischer Ebene Strukturen und Aktivitäten zur Professionalisierung definiert. Das grundsätzliche Ziel ist der Erwerb von Kompetenzen, welches durch das Training von spezifischen Fähigkeiten in einer professionellen Handlungssituation erreicht wird (Leuders, 2020). Die vier dabei fokussierten Komponenten sind Lernaufgaben (professionelle Handlungssituation, in der Fähigkeiten und Wissen zum Einsatz kommen), unterstützende Information (stets verfügbares und in der Handlungssituation notwendiges Wissen), prozedurale Information (spezifiziert, wie Handlungen ablaufen sollen) und Übungen (van Merriënboer, 2020).

Darüber hinaus unterstützt das 4C/ID-Modell Designüberlegungen für Lerngelegenheiten, in denen komplexe kognitive Fähigkeiten trainiert werden, wie z.B. Lehrkräftefortbildungen. Für diese Zielsetzung bietet es Hinweise für die Analyse von berufsalltäglichen Aufgaben und bildet einen strukturellen Überblick über den Erwerb professioneller Kompetenzen im Rahmen von Lehrkräftefortbildungen ab. Beck et al. (2008) spezifizieren in Anlehnung an das 4C/ID-Modell die Entscheidungsfelder für Lehrkräftefortbildungen mit dem Ziel des Aufbaus diagnostischer Kompetenz in komplexen Situationen (s. Abb. 1).

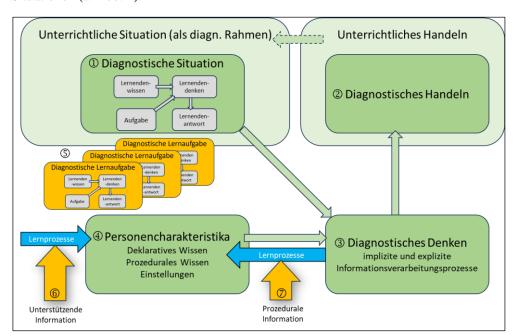


Abbildung 1: Modell zur Förderung diagnostischer Kompetenz bei Lehrkräften in Anlehnung an das 4C/ID-Modell nach Beck et al. (2008)

Im Fokus stehen dabei jene herausfordernden professionellen Tätigkeiten, welche Lehrkräfte in ihrem beruflichen Alltag hinsichtlich der Diagnose von Schüler*innendispositionen oder Aufgabenmerkmalen kompetent bewältigen müssen. Das vorgeschlagene Modell bietet im Folgenden die Planungsgrundlage für ein Lehrkräftefortbildungsmodul, welches durch die Vermittlung des notwendigen Wissens und der Anleitung für das idealtypische Vorgehen in einer komplexen diagnostischen Situation ① trainiert. Außerdem sind die konzipierten diagnostischen Lernaufgaben ⑤ durch ihre steigende Komplexität

gekennzeichnet, während die zur Bearbeitung zur Verfügung stehenden Wissenselemente (unterstützende © und prozedurale ⑦ Informationen) im Verlauf der Fortbildung stetig abnehmen.

Für die Tätigkeit der Einschätzung der Schwierigkeit von Mathematikaufgaben werden als deklarative Informationen das Wissen zur Definition und Bestimmung der schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmale als Faktoren des Anforderungsniveaus anhand der COACTIV-Taxonomie (Jordan et al., 2006) und allgemeines fachdidaktisches Wissen zum Einfluss von Aufgabenmerkmalen auf das Anforderungsniveau vermittelt (Rieu et al., 2020). Die prozeduralen Informationen bezüglich der Abfolge der kognitiven Prozesse der Wahrnehmung und der Verarbeitung dieser Informationen erfolgt begleitend zu einer Reihe von Lernaufgaben, bei welchen zur Steigerung der Komplexität zunächst monokategorialer (technischer) Aufgaben, später Aufgaben mit einseitiger Ausprägung und abschließend Aufgaben mit reziproker Ausprägung der schwierigkeitsgenerierenden Merkmale zur Einschätzung der Schwierigkeit operationalisiert werden.

4 Fortbildungsmodul zum Ausbau diagnostischer Kompetenz im Bereich der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit in Anlehnung an das 4C/ID-Modell

Im folgenden Kapitel wird die schrittweise Durchführung eines Fortbildungsmoduls für Lehrkräfte in Anlehnung an das 4C/ID-Modell für diagnostische Urteile (Beck et al., 2008, s. Abb. 1 auf der vorherigen Seite) beschrieben. Dazu sollen zunächst die bei der Konzeption des Fortbildungsmoduls berücksichtigten Designüberlegungen anhand der vier Komponenten – (1) Lernaufgaben, (2) unterstützende Information, (3) prozedurale Information und (4) Üben von Teilaufgaben – allgemein beschrieben werden, bevor sie dann anschließend spezifiziert werden (van Merriënboer, 2020).

- 1) *Lernaufgaben* sind komplexe, im Beruf zu bewältigende Aufgaben, die hohe Anforderungen an das Wissen und die Fähigkeiten der Lehrkraft stellen.
- 2) Unterstützende Informationen bezeichnen bereitgestelltes Wissen oder Theorien, das bzw. die den Lehrkräften beim Bewältigen der Lernaufgaben hilft bzw. helfen. Die Informationen enthalten z.B. fachliches oder fachdidaktisches Wissen.
- 3) *Prozedurale Information* stellt Aspekte dar, die zur Bearbeitung von Lernaufgaben notwendig sind und in Form von *Step-by-Step-*Instruktionen (van Merriënboer, 2020, S. 5) vermittelt werden können.
- 4) Das Üben von Teilaufgaben dient dem Training und der Automatisierung und kann zusätzlich zu den Lernaufgaben durchgeführt werden.

Einstieg

Der Einstieg in das Modul besteht aus einer Kontextualisierung, in welcher die komplexe Urteilssituation der Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit thematisiert wird: einerseits als notwendige Tätigkeit bei der Vorbereitung und Durchführung des Unterrichts, anderseits aber auch bei der Konzeption von Arbeitsblättern und Klassenarbeiten oder anderen Lernstandserhebungen. Dieser Realitätsbezug bildet neben einer thematischen Einführung in das Fortbildungssetting vor allem den Hintergrund für die Ableitung des inhaltlichen Fortbildungsgegenstands (Deduktion).

Lernaufgabe 1: schwierigkeitsgenerierende Aufgabenmerkmale

Aus dem beschriebenen unterrichtlichen Rahmen – der für das gesamte Fortbildungsmodul als Zielperspektive dient – wird anhand der einführenden Lernaufgabe 1 eine erste

Möglichkeit zur Auseinandersetzung mit den Aufgabenmerkmalen, also den Komponenten der Aufgabenschwierigkeit, durchgeführt. Hierbei geht es um die Bestimmung der Merkmale, die zu diagnostizierende Aufgaben beinhalten. Dazu wird die in Abbildung 2 auf der folgenden Seite links dargestellte Beispielaufgabe gezeigt, um die Genese des Anforderungsniveaus für Lernende zu diskutieren und festzuhalten. Dabei findet neben dem Abgleich der genannten Gründe auch die Einführung des Begriffes der schwierigkeitsgenerierenden Merkmale statt.

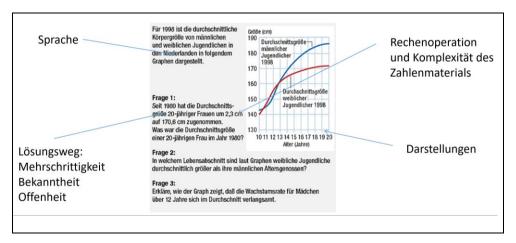


Abbildung 2: Beispielaufgabe (PISA-Hauptstudie, Prenzel et al., 2003) und mögliche schwierigkeitsgenerierende Aufgabenmerkmale, die das Anforderungsniveau und somit die Schwierigkeit der Aufgabe bestimmen (Lernaufgabe 1)

Ausgehend von den ersten Überlegungen vermittelt die multiplizierende Person deklarative Informationen, die zur Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit notwendig sind. Die Schwierigkeit von Aufgaben wird statistisch über deren Lösungshäufigkeit berechnet und beeinflusst durch verschiedene Merkmale, die sogenannten schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmale (McElvany et al., 2009). Diese wirken sich je nach ihrer Ausprägung und somit ihrem kognitiven Anforderungsniveau stärker oder schwächer auf die Lösungshäufigkeit aus. Sowohl aus dem Bereich der allgemeinen Pädagogik (Maier et al., 2010), als auch aus den spezifischen Fachdidaktiken gibt es bereits Ansätze zur Beschreibung dieser Merkmale. Für das hier beschriebene Fortbildungsmodul für Mathematiklehrkräfte wird auf ein adaptiertes Kategoriensystem in Anlehnung an die COACTIV-Studie (Jordan et al., 2006) zurückgegriffen (s. Abb. 3 auf der folgenden Seite).

DIMENSION	AUSPRÄGUNGEN	
Typ des mathematischen Arbeitens	0 = Technische Aufgabe, 1 = Rechnerische Aufgabe, 2 = Begriffliche Aufgaben	
Modellierungsprozess (inner-/außermathematisch)	 0 = Nicht benötigt, 1 = Standardmodellierungen, 2 = Mehrschrittige Modellierungen, 3 = Modellreflexion, -validierung oder -entwicklung 	
Grundvorstellungen	 0 = Nicht benötigt, 1 = Eine elementare Grundvorstellung, 2 = Eine erweiterte Grundvorstellung oder Kombination, 3 = Mehr als dies 	
Umgehen mit mathematischen Texten	 0 = Nicht benötigt, 1 = Unmittelbares Textverstehen, 2 = Textverstehen mit Umorganisation, 3 = Verstehen logisch komplexer Texte 	
Mathematisches Argumentieren	 0 = Nicht benötigt, 1 = Standardbegründungen, 2 = Mehrschrittige Argumentationen, 3 = Entwicklung komplexer Argumentationen 	
Umgehen mit mathematischen Darstellungen Anzahl der Lösungswege (Zwischenschritte)	 0 = Nicht benötigt, 1 = Standarddarstellungen, 2 = Wechsel zwischen Darstellungen, 3 = Beurteilen von Darstellungen 0 = Kein Lösungsweg, 1 = Ein Lösungsweg, 2 = Mehrere Lösungswege 	

Abbildung 3: adaptiertes Kategoriensystem zur Beschreibung der schwierigkeitsgenerierenden Merkmale in Anlehnung an Jordan et al. (2006)

Lernaufgabe 2: Vermittlung von fachdidaktischem Wissen und Vergleich der Aufgabenschwierigkeit (geringe Komplexität)

Lernaufgabe 2 behandelt eine konkrete Unterrichtssituation zur Einschätzung der Schwierigkeit von technischen Bruchrechenaufgaben. Eine Steigerung der Komplexität hinsichtlich Lernaufgabe 1 entsteht durch den konkreten Vergleich der Aufgabenschwierigkeit von typischen Schulbuchaufgaben der Mathematik. Dennoch zeichnet sich diese Lernaufgabe weiterhin durch ein geringes Komplexitätsniveau aus, da typengleiche Aufgaben mit wenigen variierten Aufgabenmerkmalen dargestellt werden. Die Fragestellung zu den Aufgaben in Abbildung 4 lautet: "Welche Aufgabe ist schwieriger? Begründen Sie.".

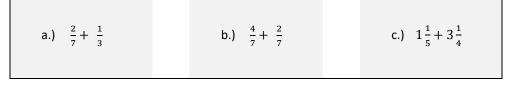


Abbildung 4: Vergleich der Aufgabenschwierigkeit in Lernaufgabe 2 (eigene Darstellung)

Zur akkuraten Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit soll der dabei ablaufende diagnostische Prozess anhand prozeduraler Informationen veranschaulicht werden. Die diagnostizierenden Lehrkräfte müssen die vorliegenden Aufgaben paarweise vergleichen und dazu zunächst die vorkommenden schwierigkeitsgenerierenden Merkmale wahrnehmen, in diesem Fall die *Bruchbeziehung* (entweder gleichnamig oder ungleichnamig) und die *Bruchdarstellung* (entweder reiner oder gemischter Bruch). Die höhere Ausprägung eines Merkmals entscheidet dann das Anforderungsniveau und stellt somit die Grundlage für die Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit dar.

Welche Ausprägung eines Merkmals in einem bestimmten Inhaltsbereich das höhere Anforderungsniveau darstellt, können Lehrkräfte teilweise aufgrund reflektierter Berufserfahrung oder anhand des Rückgriffs auf spezifisches fachdidaktisches Wissen benennen. Dieses Wissen wird während des Fortbildungsmoduls als deklarative Informationen vermittelt. Im Bereich des Anforderungsniveaus von Aufgabenmerkmalen bei der Addition und Subtraktion von Bruchaufgaben liegen bereits belastbare Forschungsergebnisse vor (Rieu et al., 2020), die zeigen, dass Aufgaben mit ungleichnamigen Brüchen für Schüler*innen der 5. und 6. Klasse deutlich schwieriger zu berechnen sind als solche mit gleichnamigen Brüchen. Die Bruchdarstellung, also der Vergleich von reinen und gemischten Brüchen, hat dagegen kaum Einfluss auf das Anforderungsniveau.

Lernaufgabe 2 kann also unter Zuhilfenahme der prozeduralen und deklarativen Informationen folgendermaßen gelöst werden:

- Wahrnehmen der schwierigkeitsgenerierenden Merkmale in den dargestellten Aufgaben und die Benennung der unterschiedlichen Ausprägungen: a.) reine, ungleichnamige Brüche b.) reine, gleichnamige Brüche c.) gemischte, ungleichnamige Brüche
- 2) Aktivierung und/oder Verwendung des fachdidaktischen Wissens zum Grad der Ausprägung der Aufgabenmerkmale und des Einflusses auf das Anforderungsniveau: ungleichnamige Brüche sind schwieriger zu addieren/subtrahieren als gleichnamige, es besteht kein signifikanter Unterschied bei der Berechnung von reinen oder gemischten Brüchen
- 3) Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit: Aufgaben a.) und c.) sind ungefähr gleich schwierig, aber deutlich schwieriger als b.)

Lernaufgabe 3: Vermittlung von fachdidaktischem Wissen (Operationsverständnis) und Vergleich der Aufgabenschwierigkeit (mittlere Komplexität)

Die behandelte Unterrichtssituation in Lernaufgabe 3 ist die konsequente Weiterentwicklung der bisher durchgeführten Aufgaben. Im Sinne der Komplexitätssteigerung werden nun Aufgaben zur paarweisen Schwierigkeitseinschätzung vorgelegt, die sich in verschieden Merkmalen (s. Abb. 5) unterscheiden. Die zentrale Arbeitsanweisung lautet auch hier: "Welche Aufgabe ist schwieriger? Begründen Sie.".

b.)

a.)

Luca hat 17 normale Fabeltier-Karten und noch weitere besondere Fabeltier-Karten. Insgesamt hat er 25 Karten.

Wie viele besondere Fabeltier-Karten besitzt Luca?

Luca hat normale und besondere Fabeltier-Karten. Er möchte von seinen 25 Karten die 17 normalen Fabeltier-Karten an seinen Freund verleihen.

Wie viele besondere Karten hat er?

Abbildung 5: Vergleich der Aufgabenschwierigkeit von zwei sich in mehreren Merkmalen unterscheidenden Aufgaben (Lernaufgabe 3, eigene Darstellung)

Wie auch in Lernaufgabe 2 muss die diagnostizierende Lehrkraft für einen paarweisen Vergleich die vorkommenden schwierigkeitsgenerierenden Merkmale wahrnehmen. Ein entscheidender Faktor ist in diesem Beispiel das Nachvollziehen des Schüler*innendenkens und der Identifizierung von möglichen Schwierigkeiten, um so das Anforderungsniveau festzulegen. Auch in diesem Beispiel sorgt der anspruchsvollere Denkprozess für die höhere Ausprägung des Merkmals und bestimmt das Anforderungsniveau.

Dieser diagnostische Prozess wird als Unterstützungsmaßnahme im Sinne von prozeduralen Informationen zur Verfügung gestellt.

Dabei spielt in dem hier gezeigten Beispiel das Konzept des Operationsverständnisses eine zentrale Rolle und soll durch einen Input (deklarative Informationen) an dieser Stelle zur Verfügung gestellt werden. Ein belastbares Operationsverständnis erlaubt den Schüler*innen, die vier Grundrechenoperationen zu verstehen und diese mit Bedeutungen zu verknüpfen. Konkret handelt es sich dabei um deren Fähigkeit, Handlungen, Situationen, Bilder oder Texte in passende Rechenoperationen übersetzen zu können bzw. diesen Übersetzungsprozess auch umgekehrt zu vollziehen, wie z.B. den Sachverhalt als Rechengeschichten erzählen zu können (Schulz et al., 2017, schematisch dargestellt in Abb. 6). In den in Abbildung 5 auf der vorherigen Seite dargestellten Aufgaben wird das Operationsverständnis der Rechenoperationen Subtraktion mit den Grundvorstellungen des Ergänzens und des Wegnehmens bedient. Darüber hinaus muss noch der Einfluss der Textschwierigkeit und der linearen bzw. nicht-linearen Übertragbarkeit der Semantik auf den Rechenvorgang erörtert werden.

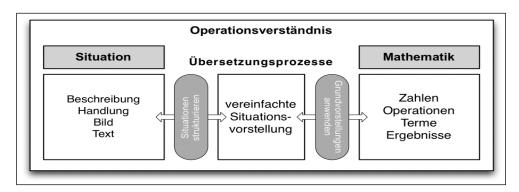


Abbildung 6: Darstellung der Übersetzungsprozesse im Rahmen des Operationsverständnisses (IBBW, 2023)

Lernaufgabe 4: Vermittlung von spezifischem fachdidaktischem Wissen und Vergleich der Aufgabenschwierigkeit (hohe Komplexität)

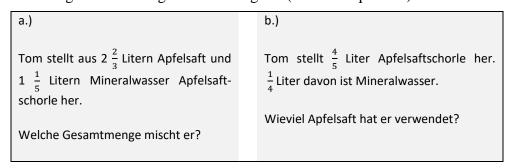


Abbildung 7: Vergleich der Aufgabenschwierigkeit von zwei sich in mehreren Merkmalen und reziprok ausgeprägten unterscheidenden Aufgabe (Lernaufgabe 4, eigene Darstellung)

Auch Lernaufgabe 4 baut auf den erworbenen Kompetenzen der vergangenen Lernaufgaben auf und steigert somit erneut die Komplexität der Diagnoseleistung für Lehrkräfte. Für den in Abbildung 7 abgebildeten paarweisen Vergleich können sowohl deklarative (s. Abb. 8) als auch prozedurale Informationen vermittelt werden.

	ZAHLEN (SYMBOLISCH)	TEXT (SEMANTISCH)
Deutlicher Einfluss auf die	Bruchbeziehung	Operationsverständnis
Aufgabenschwierigkeit	(Ungleichnamige Brüche schwieriger)	("versteckte" Subtraktion ist schwieriger)
Kaum Einfluss auf die Aufgabenschwierigkeit	Bruchdarstellung (Gemischter Bruch nicht schwieriger)	Sprachlogische Komplexität (auf Satzebene kein Einfluss)

Abbildung 8: Deklarative Informationen zum Einfluss von Aufgabenmerkmalen bei Bruchaufgaben nach einer Studie von Rieu et al. (2020)

Dabei ist der Diagnoseprozess gekennzeichnet von der Wahrnehmung der schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmale, der Identifizierung des notwendigen Schüler*innendenkens und abschließend der Gewichtung nach dem größerem Einfluss auf das Anforderungsniveau. Die Gewichtung stellt hier eine besondere Herausforderung dar, da hoch ausgeprägte Aufgabenmerkmale reziprok in beiden Aufgaben vorkommen (s. deklarative Informationen, Abb. 8): Die Verwendung von gemischten Brüchen als hoch ausgeprägtes Merkmal der Bruchdarstellung in Aufgabe a.) hat keinen Einfluss auf das Anforderungsniveau, das hoch ausgeprägte Merkmal des Operationsverständnisses in Aufgabe b.) erhöht das Anforderungsniveau. Aufgabe b.) ist daher als schwieriger zu diagnostizieren.

Offene Abschlussaufgabe: Konzeption von eigenen, schwierigkeitsdifferenten Aufgaben

Als Abschluss des Fortbildungsmoduls können die teilnehmenden Personen ihr erworbenes Wissen in einem offenen Rahmen anwenden, indem sie unterschiedlich schwierige Aufgaben aus dem behandelten Themenbereich und ggf. passend zu ihren eigenen Schüler*innen konzipieren und abschließend ihre Ergebnisse vorstellen und im Plenum diskutieren.

5 Erfahrungsbericht und Evaluation

Das hier beschriebene Fortbildungsmodul wurde online mit erfahrenen Lehrkräften (N=7) zu einer ersten Erprobung auf freiwilliger Basis durchgeführt. Das Modul wurde vom Autor selbst ausgebracht, erstreckte sich über 3 Zeitstunden und wurde abschließend qualitativ anhand eines Fragebogens evaluiert. Dabei wurde in offenen Fragen erhoben.

- ob die fokussierte komplexe Situation als relevant f
 ür den Lehrkr
 äftealltag wahrgenommen wird,
- ob das Wissen über Konzepte und Strategien (fachwissenschaftlich und fachdidaktisch) verständlich dargestellt und erfolgreich vermittelt wurde,
- ob die vermittelten Prozeduren verständlich erklärt und erfolgreich anwendbar waren,
- und ob der komplexitätssteigernde Aufbau des Fortbildungsmoduls angemessen kleinschrittig und zielführend war.

Die nach dem 4C/ID-Modell konzipierte und auf diagnostische Situationen spezifizierte Fortbildung zur Förderung der Kompetenz der Aufgabendiagnose bei Lehrkräften stieß bei den teilnehmenden Personen aufgrund des hohen Realitätsbezuges, der klaren Wissensvermittlung und -anwendung sowohl im fachwissenschaftlichen wie auch im fachdidaktischen Bereich auf hohen Zuspruch. Die anwendungsbezogene Bereitstellung von Prozeduren im Rahmen der klaren Struktur stieß ebenfalls auf positive Resonanz.

Weitere Rückmeldungen bezogen sich beispielsweise auf die konkreten Differenzierungsmaßnahmen durch Aufgaben ("Es wurden Möglichkeit der Erstellung von Fördermaterialien und Differenzierungsaufgaben gezeigt"), die unterrichtsbezogenen Einsatzmöglichkeiten ("Übungsphasen können so leichter angepasst werden") und auf ein vertieftes Verständnis für Aufgabenschwierigkeit (Lehrkräfte berichten von "Ein[em] Gefühl für Aufgaben in verschiedenen Anforderungsniveaus"). Darüber hinaus wurden auch fachdidaktische Punkte ("Die Fortbildung gibt einen guten Überblick über typische Schülerfehler im Bereich der Bruchrechnung") als besonders wertvoll hervorgehoben. Eine Öffnung auf weitere Themenbereiche wurde als wünschenswert genannt und soll auf Grundlage der genannten Designüberlegungen durch inhaltliche Anpassungen erfolgen.

Literatur und Internetquellen

- Beck, E., Baer, M., Guldimann, T., Bischoff, S. & Brühwiler, C. (Hrsg.). (2008). *Adaptive Lehrkompetenz. Analyse und Struktur, Veränderbarkeit und Wirkung handlungssteuernden Lehrerwissens*. Waxmann.
- Becker, S., Rieu, A., Leuders, T., Loibl, K. & Dörfler, T. (2025). Förderung diagnostischer Kompetenzen von Lehrkräften im Beruf. Die Entwicklung von Fortbildungskonzepten in Anlehnung an das *4-Component-Instructional-Design* (4C/ID)-Modell. *HLZ Herausforderung Lehrer*innenbildung*, 8 (1), 341–357. https://doi.org/10.11576/hlz-7332
- Brühwiler, C. (2014). Adaptive Lehrkompetenz und schulisches Lernen. Effekte handlungssteuernder Kognitionen von Lehrpersonen auf Unterrichtsprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler. Waxmann.
- Brühwiler, C. & Vogt, F. (2020). Adaptive Teaching Competency. Effects on Quality of Instruction and Learning Outcomes. *Journal for Educational Research Online*, 12 (1), 119–142. https://doi.org/10.25656/01:19121
- Helmke, A. (2022). *Unterrichtsqualität und Professionalisierung: Diagnostik von Lehr-Lern-Prozessen und evidenzbasierte Unterrichtsentwicklung*. Klett | Kallmeyer.
- Hoth, J., Döhrmann, M., Kaiser, G., Busse, A., König, J. & Blömeke, S. (2016). Diagnostic Competence of Primary School Mathematics Teachers During Classroom Situations. Zeitschrift für Didaktik der Mathematik, 48 (1), 41–53. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0759-y
- IBBW (Institut für Bildungsanalysen Baden-Württemberg). (2023). Lernstand 5 Mathematik. Erläuterungen zu Testbereichen, Indikator und Stufenmodellen. https://ibbw-bw.de/site/pbs-bw-km-root/get/documents_E1847492294/KULTUS. Dachmandant/KULTUS/Dienststellen/ibbw/Kompetenzmessung/dokumente/lst5 docs/l5_m_erlaeuterung_testbereiche_stufenmodelle.pdf
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M. & Kunter, M. (2006). Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben. Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. Max-Planck-Institut für Bildungsforschung. https://www.fachportal-paedagogik.de/literatur/vollanzeige.html?FId=3031447
- Kron, S., Sommerhoff, D., Achtner, M. & Ufer, S. (2021). Selecting Mathematical Tasks for Assessing Student's Understanding: Pre-Service Teachers' Sensitivity to and Adaptive Use of Diagnostic Task Potential in Simulated Diagnostic One-To-One Interviews. *Frontiers in Education*, 6. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.604568

Leuders, T. & Wessel, L. (2020). Kompetenzorientierte Didaktik der Analysis durch Orientierung an real-life tasks – Ein Beispiel für ein Lehrdesign nach dem 4C/ID-Modell. In J. Kreutz, T. Leuders & K. Hellmann (Hrsg.), *Professionsorientierung in der Lehrerbildung. Kompetenzorientiertes Lehren nach dem 4-Component-Instructional-Design-Modell* (S. 117–134). Springer VS. https://doi.org/10.1007/978-3-658-25046-1

- Loibl, K., Leuders, T. & Dörfler, T. (2020). A Framework for Explaining Teachers' Diagnostic Judgements by Cognitive Modeling (DiaCoM). *Teaching and Teacher Education*, 91. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103059
- Maier, U., Kleinknecht, M., Metz, K. & Bohl, T. (2010). Ein allgemeindidaktisches Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 28 (1), 84–96. https://doi.org/10.25656/01:13734
- McElvany, N., Schroeder, S., Hachfeld, A., Baumert, J., Richter, T., Schnotz, W., Horz, H. & Ullrich, M. (2009). Diagnostische Fähigkeiten von Lehrkräften: Bei der Einschätzung von Schülerleistungen und Aufgabenschwierigkeiten bei Lernmedien mit instruktionalen Bildern. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 23 (34), 223–235. https://doi.org/10.1024/1010-0652.23.34.223
- Philipp, K. (2018). Diagnostic Competences of Mathematics Teachers with a View to Processes and Knowledge Resources. In T. Leuders, K. Philipp & J. Leuders (Hrsg.), Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice (S. 109–127). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_6
- Prenzel, M., Heidemeier, H., Ramm, G., Hohensee, F. & Ehmke, T. (2003). Soziale Herkunft und mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H.-G. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs (S. 273–282). Waxmann.
- Rieu, A., Leuders, T. & Loibl, K. (2022). Teachers' Diagnostic Judgments on Tasks as Information Processing The Role of Pedagogical Content Knowledge for Task Diagnosis. *Teaching and Teacher Education*, 111, 1–13. https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103621
- Rieu, A., Loibl, K., Leuders, T. & Herppich, S. (2020). Diagnostisches Urteilen als informationsverarbeitender Prozess Wie nutzen Lehrkräfte ihr Wissen bei der Identifizierung und Gewichtung von Anforderungen in Aufgaben? *Unterrichtswissenschaft*, 48 (4), 503–529. https://doi.org/10.1007/s42010-020-00071-x
- Schulz, A., Leuders, T. & Rangel, U. (2017). Arithmetische Basiskompetenzen am Übergang zu Klasse 5 eine empirie- und modellgestützte Diagnostik als Grundlage für spezifische Förderentscheidungen. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), Handbuch Rechenschwäche (S. 396–416). Beltz.
- Südkamp, A., Möller, J. & Pohlmann, B. (2008). Der Simulierte Klassenraum. Eine experimentelle Untersuchung zur diagnostischen Kompetenz. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 22 (34), 261–276. https://doi.org/10.1024/1010-0652.22.34. 261
- Van Merriënboer, J.J.G. (2020). Das Vier-Komponenten Instructional Design (4C/ID) Modell. In H. Niegemann & A. Weinberger (Hrsg.), *Handbuch Bildungstechnologie* (S. 153–170). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54368-9_8
- Weinert, F.E. (Hrsg.). (2002). Leistungsmessungen in Schulen (2. unveränd. Aufl). Beltz.

Beitragsinformationen

Zitationshinweis:

Rieu, A. (2025). Welche Aufgaben sind schwierig und warum? Aufgabendiagnostische Kompetenzen erwerben und anwenden. Ein Fortbildungsmodul für Lehrkräfte zur akkuraten Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit und zur Erstellung differenzierender Aufgaben im Mathematikunterricht. *HLZ – Herausforderung Lehrer*innenbildung*, 8 (1), 481–494. https://doi.org/10.11576/hlz-7136

Eingereicht: 28.03.2024 / Angenommen: 24.07.2024 / Online verfügbar: 07.11.2025

ISSN: 2625-0675



Dieses Werk ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-SA 4.0 (Weitergabe unter gleichen Bedingungen). Diese Lizenz gilt nur für das Originalmaterial. Alle gekennzeichneten Fremdinhalte (z.B. Abbildungen, Fotos, Tabellen, Zitate etc.) sind von der CC-Lizenz ausgenommen. Für deren Wiederverwendung ist es ggf. erforderlich, wei-

tere Nutzungsgenehmigungen beim jeweiligen Rechteinhaber einzuholen. https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de

English Information

Title: Which Tasks are Difficult and Why? Acquiring and Applying Task Diagnostic Skills. A Training Module for Teachers to Accurately Assess Task Difficulty and Create Differentiating Tasks

Abstract: Accurate assessment of the difficulty of mathematics tasks is a central aspect of adapting teaching to the individual needs of students and of preparing learning assessments. The required skills include both the diagnosis of learning requirements and the difficulty of the tasks and presuppose pedagogical content knowledge and procedural knowledge. This article describes an in-service training module that was designed and implemented based on a cognitive professionalization model (4C/ID). To this end, the participating teachers were provided with declarative knowledge about difficulty-generating task features and their influence on the task difficulty and with procedural knowledge for identifying and evaluating these features in task diagnosis. The knowledge facets were conveyed during the processing of different learning tasks. The evaluation of the training module shows great effects on the accuracy of task diagnosis.

Keywords: teacher training; task diagnosis; mathematical pedagogical content knowledge; cognitive process