

Mehrdeutigkeit in Diagnosesituationen erkennen

Entwicklung, Durchführung und Evaluation eines Fortbildungsmoduls zum Erwerb diagnostischer Kompetenzen

Online-Supplement: Fortbildungsmaterialien zu den Inhaltsbereichen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Bruchvergleich

Elif Özel^{1,*}, Timo Leuders^{1,*} & Katharina Loibl^{1,*}

¹ Pädagogische Hochschule Freiburg

* Kontakt: Pädagogische Hochschule Freiburg,
Institut für Mathematische Bildung
Kunzenweg 21, 79117 Freiburg i.Br.
Mail: elif.oezel@stud.ph-freiburg.de,
leuders@ph-freiburg.de,
katharina.loibl@ph-freiburg.de

Zitationshinweis:

Özel, E., Leuders, T. & Loibl, K. (2025). Mehrdeutigkeit in Diagnosesituationen erkennen. Entwicklung, Durchführung und Evaluation eines Fortbildungsmoduls zum Erwerb diagnostischer Kompetenzen [Online-Supplement: Fortbildungsmaterialien zu den Inhaltsbereichen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Bruchvergleich]. *HLZ – Herausforderung Lehrer*innenbildung*, 8 (1), 457–480. <https://doi.org/10.11576/hlz-7268>

Eingereicht: 04.06.2024 / Angenommen: 10.07.2025 / Online verfügbar: 07.11.2025

ISSN: 2625–0675



Dieses Werk ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-SA 4.0 (Weitergabe unter gleichen Bedingungen). Diese Lizenz gilt nur für das Originalmaterial. Alle gekennzeichneten Fremdinhalte (z.B. Abbildungen, Fotos, Tabellen, Zitate etc.) sind von der CC-Lizenz ausgenommen.

Für deren Wiederverwendung ist es ggf. erforderlich, weitere Nutzungsgenehmigungen beim jeweiligen Rechteinhaber einzuholen. <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de>

Anhang A: Fachdidaktisches Wissen zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten

Häufig gezeigte Fehler bei der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten	
Schüler:innen schätzen Wahrscheinlichkeiten häufig auf Grundlage ihrer persönlichen Erfahrungen ein. So erscheint ihnen etwa das Würfeln einer „6“ im Vergleich zu einer „3“ als unwahrscheinlicher. Der Grund: Sie erinnern sich besonders gut an Spielsituationen, in denen die „6“ lange ausblieb und sie dadurch einen Nachteil hatten. Um diese emotional geprägten und damit „tief verwurzelten, unbewussten Vor-Einstellungen“ zu Wahrscheinlichkeiten aufzuweichen, müssen im Unterricht alltägliche und fachliche Vorstellungen explizit gegenübergestellt werden (Büchter et al., 2005, S. 5). Dabei soll die Reflexion der Diskrepanz zwischen diesen Vorstellungen ins Zentrum rücken. Schüler:innen sollen lernen, ihr subjektives Empfinden bei der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten zunehmend zurückzustellen (Hasemann & Mirwald, 2008). Dies ist allerdings keine leichte Forderung, denn auch Erwachsenen mit „gut ausgebildeten fachlichen Vorstellungen“ gelingt dies nicht immer (Büchter et al., 2005, S. 5). Pratt (2000) identifiziert vier typische Vorgehensweisen:	
Die Verfügbarkeitsheuristik	
Urteile werden auf häufig erlebte Situationen zurückgeführt. Verfügbare oder vertraute Erfahrungen werden für maßgeblich erachtet.	So erscheint beispielsweise das Würfeln einer „6“ aufgrund von Spielerfahrungen in Brettspielen wie <i>Mensch ärgere dich</i> nicht häufig als weniger wahrscheinlich.
Die Repräsentativitätsheuristik	
Wenige, selbst durchgeführte Versuche werden als repräsentativ für die allgemeine Häufigkeitsverteilung angesehen. Von den wenigen Erfahrungswerten wird auf die Grundgesamtheit geschlossen.	So wird beispielsweise, wenn bei zehn Würfeln die „3“ am häufigsten erscheint, angenommen, dass ihr Auftreten generell wahrscheinlicher sei als das der übrigen Augenzahlen.
Die Gleichwahrscheinlichkeitstendenz	
Alle Ereignisse werden irrtümlich als gleich wahrscheinlich angesehen.	So wird etwa angenommen, dass die Augensummen „12“ und „7“ beim Würfeln mit zwei Würfeln die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen.
Die Ergebnisbeeinflussungsheuristik	
Es wird angenommen, dass man den Ausgang eines Versuchs beeinflussen kann.	Demzufolge wäre z.B. der Ausgang beim Glücksraddrehen davon abhängig, ob man mit viel oder wenig Schwung gedreht hat.

Abbildung 1: Vermitteltes fachdidaktisches Wissen zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten (eigene Darstellung in Anlehnung an Pratt, 2000)

Anhang B: Fachdidaktisches Wissen zum Größenvergleich von Brüchen

Typische Fehlkonzpte beim Größenvergleich von Brüchen

 Der Nenner gibt an, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird. Er bestimmt somit die Größe eines Teils. Der Zähler gibt an, wie viele dieser Teile insgesamt betrachtet werden. Er bestimmt also die Anzahl der Teile.			
Nenner kleiner = Bruch größer (unabhängig vom Zähler)	Nenner größer = Bruch größer (unabhängig vom Zähler)	Zähler größer = Bruch größer (unabhängig vom Nenner)	Sowohl Zähler als auch Nenner größer = Bruch größer
Schüler:innen betrachten ausschließlich die Nenner zweier Brüche. Der Bruch mit dem kleineren Nenner wird als größer interpretiert. Die Zähler werden ignoriert. Der Blick wird nur einseitig auf die Größe, nicht aber auf die Anzahl der Teile gerichtet. <i>Übergeneralisierung einer in Sonderfällen richtigen Strategie (Vergleich zweier Brüche mit gleichem Zähler - z.B. Stammbrüche).</i> ✓ $\frac{1}{9} < \frac{1}{7}$, denn 7 ist kleiner als 9. 	Die Zähler zweier Brüche werden ignoriert, die Nenner dieser werden isolierte betrachtet. Der Bruch mit dem größeren Nenner wird als größer interpretiert. <i>Ordnung der natürlichen Zahlen wird fehlerhaft auf den Bereich der Brüche übertragen.</i> ODER <i>Verständnisfehler: Den Schüler:innen ist nicht klar, ob bei der Kleinerbeziehung nach der Anzahl der insgesamt erhaltenen Teile ($\frac{1}{5} > \frac{1}{2}$, 5 Teile sind mehr als 2) oder nach der Größe der Teile ($\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$) gefragt wird (Post et al., 1986).</i>	Blick einseitig auf die Anzahl der Teile gerichtet, ohne ihre Größe zu berücksichtigen. Der Bruch mit mehr Teilen – also dem größeren Zähler – wird als größer interpretiert. <i>Ordnung der natürlichen Zahlen wird fehlerhaft auf den Bereich der Brüche übertragen.</i>	Komponentenweises Vergleichen von Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Zähler und Nenner werden als getrennte Zahlen aufgefasst, nicht als Bruch. Dabei wird die (gleichlautende) Ordnung fälschlicherweise und unreflektiert auf die zugrunde liegenden Brüche übertragen.
✗ $\frac{4}{9} < \frac{3}{7}$, denn 7 ist kleiner als 9. 	✗ $\frac{2}{8} > \frac{5}{6}$, denn 8 ist größer als 6. 	✗ $\frac{5}{6} < \frac{6}{11}$, denn 6 ist größer als 5. 	✗ $\frac{10}{12} > \frac{6}{7}$, denn 10 ist größer als 6 UND 12 ist größer als 7. 

Abbildung 2: Vermitteltes fachdidaktisches Wissen zum Größenvergleich von Brüchen (eigene Darstellung in Anlehnung Eichelmann et al., 2012; Padberg & Wartha, 2017)

Literatur und Internetquellen

- Büchter, A., Leuders, T. & Prediger, S. (2005). Den Zufall im Griff? Stochastische Vorstellungen fördern. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule*, 47, 1–7.
- Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L. & Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen – Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33 (1), 29–57. <https://doi.org/10.1007/s13138-011-0031-5>
- Hasemann, K. & Mirwald, E. (2008). Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 141–161). Cornelsen.
- Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung* (5. Aufl.). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52969-0>
- Pratt, D. (2000). Making Sense of the Total of two Dice. *Journal of Research in Mathematical Education*, 31 (5), 602–625. <https://doi.org/10.2307/749889>

Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1 Vermitteltes fachdidaktisches Wissen zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten
- Abbildung 2 Vermitteltes fachdidaktisches Wissen zum Größenvergleich von Brüchen