Online-Supplement

Unterrichtsqualität verstehen lernen: Die Entwicklung und der Einsatz kontrastierender Unterrichtsvignetten in der Lehrkräftebildung am Beispiel des Mathematikunterrichts

Online-Supplement: Skripte der vorgestellten Unterrichtsvignetten

Linn Hansen[1,*], Marita Friesen[2], Tosca Daltoè[3,4], Julia Blank[4], Jana Caspari[4], Benjamin Fauth[4], Dagmar Fischer[5], Richard Göllner[6], Ann-Kathrin Jaekel[7], Evelin Ruth-Herbein[4] & Anika Dreher[1]

[1] Pädagogische Hochschule Freiburg
[2] Pädagogische Hochschule Heidelberg
[3] Universität Tübingen
[4]Institut für Bildungsanalysen Baden-Württemberg
[5]Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
[6]Universität Potsdam
[7]Initiative Zukunftsbildung
[*] Kontakt: Pädagogische Hochschule Freiburg,
Institut für Mathematische Bildung
Kunzenweg 21, 79117 Freiburg
linn.hansen@ph-freiburg.de

Zitationshinweis:
Hansen, L., Friesen, M., Daltoè, T., Blank, J., Caspari, J., Fauth, B., Fischer, D., Göllner, R., Jaekel, A.-K., Ruth-Herbein, E. & Dreher, A. (2026). Unterrichtsqualität verstehen lernen: Die Entwicklung und der Einsatz kontrastierender Unterrichtsvignetten in der Lehrkräftebildung am Beispiel des Mathematikunterrichts [Online-Supplement: Skripte der vorgestellten Unterrichtsvignetten]. *HLZ – Herausforderung Lehrer*innenbildung, 9* (1), 25–44. https://doi.org/10.11576/hlz-8803

Eingereicht: 14.04.2025 / Angenommen: 27.11.2025 / Online verfügbar: 13.02.2026

ISSN: 2625–0675

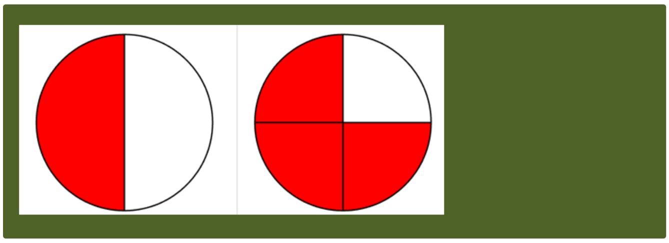
Skript Unterrichtsqualitätsaspekt Herausfordernde Aufgaben und Fragen

Unterrichtsfach:	Mathematik
Klassenstufe:	9
Schulform:	Realschule, GMS
Unterrichtsqualitätsaspekt (UFB):	Item 1.3 Herausfordernde Aufgaben und Fragen
Skriptdauer:	ca. 9 Minuten
Unterrichtsziel:	Erarbeitung der allgemeinen Formel zur Berechnung von Flächeninhalten von Kreisausschnitten

Unterrichtssituation:

Nachdem sich die Schüler:innen in den letzten Unterrichtsstunden mit Kreisen und Berechnungen am Kreis beschäftigt haben, soll in dieser Unterrichtsstunde die Berechnung von Flächeninhalten von Kreisausschnitten behandelt werden. Der folgende Unterrichtsausschnitt findet unmittelbar nach der Begrüßung der Schüler:innen statt.

LEHRKRAFT
„Wir haben uns in den letzten Stunden schon ausführlich mit Kreisen und auch Berechnungen am Kreis beschäftigt. Heute geht's drum herauszufinden, wie wir Flächeninhalte von Kreisausschnitten berechnen können. Dazu sollt ihr euch jetzt erstmal überlegen, wie ihr die Flächeninhalte in diesen beiden Beispielen berechnen könnt. Ihr bekommt dazu von mir noch eine Angabe: Beide Kreise haben einen Radius von 10 cm."



Die Schüler:innen arbeiten in Partnerarbeit zusammen und überlegen, wie sie die Flächeninhalte der Kreisausschnitte berechnen können (ca. 5-10 Minuten).

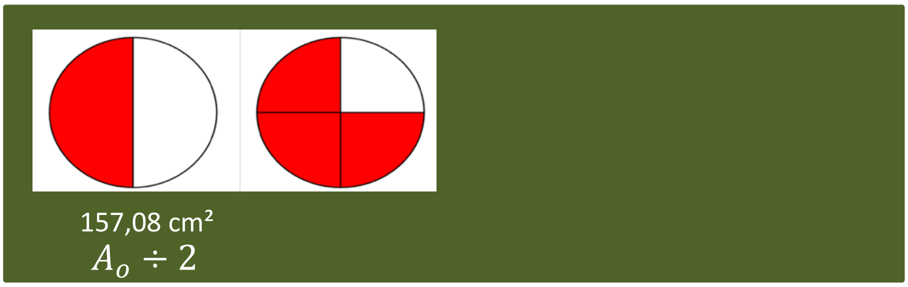
LEHRKRAFT
„Gut, ich sehe, dass die meisten schon Ideen für die Lösungen aufgeschrieben haben. Dann lasst uns mal eure Überlegungen besprechen. Schüler:in 1, fang doch mal an."

SCHÜLER:IN 1
„Ja also der erste Kreis, das ist ein Halbkreis, der hat einen Flächeninhalt von 157,08 cm².“

LEHRKRAFT
„Genau, das ist richtig.“
Die Lehrkraft notiert das Ergebnis 157,08 cm ² an der Tafel.
„Wie seid ihr denn vorgegangen, um den Flächeninhalt zu berechnen?“

SCHÜLER:IN 1
Schüler:in 1 deutet auf den Halbkreis an der Tafel.
„Ähhm, also bei dem Halbkreis haben wir zuerst die Fläche vom Kreis berechnet. Dann ist das ja aber nur die Hälfte, also haben wir geteilt durch 2 gerechnet.“

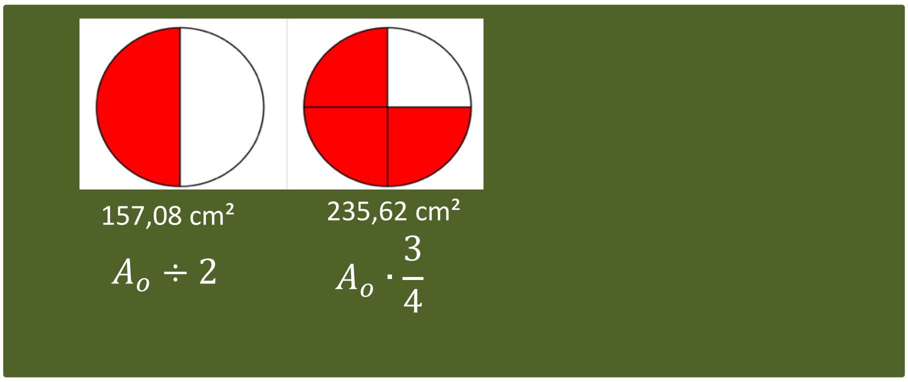
LEHRKRAFT
Die Lehrkraft nickt lobend und schreibt die Rechnung an die Tafel.
„Also A(Kreis) geteilt durch 2.“



LEHRKRAFT
„Prima.“
Die Lehrkraft zeigt auf den Dreiviertel-Kreis.
„Was waren eure Überlegungen bei diesem Kreisausschnitt?“
Es melden sich mehrere Schüler:innen.
„Ja, Schüler:in 2.“

SCHÜLER:IN 2
Schüler:in 2 deutet auf den ¾-Kreis.
„Also man kann mal ¾ rechnen, weil es ja nur drei Viertel vom ganzen Kreis sind. Und der Flächeninhalt ist dann 235,62 cm².“

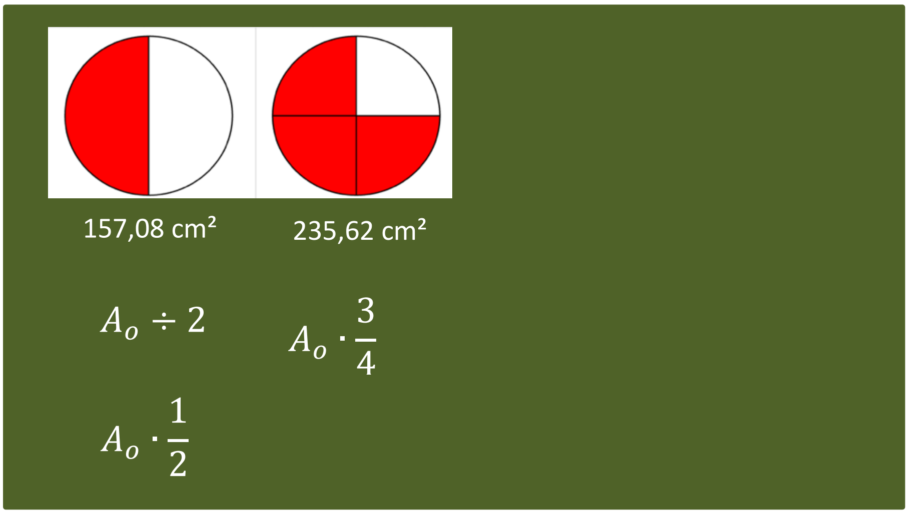
LEHRKRAFT
Ergänzt die Rechnung für den ¾-Kreis an der Tafel



SCHÜLER:IN 3
„Frau Schmidt, können wir das dann links bei dem Halbkreis nicht auch gleich so aufschreiben, also mal ½?“

LEHRKRAFT
„Ja genau, das schreibe ich gleich noch dazu.“

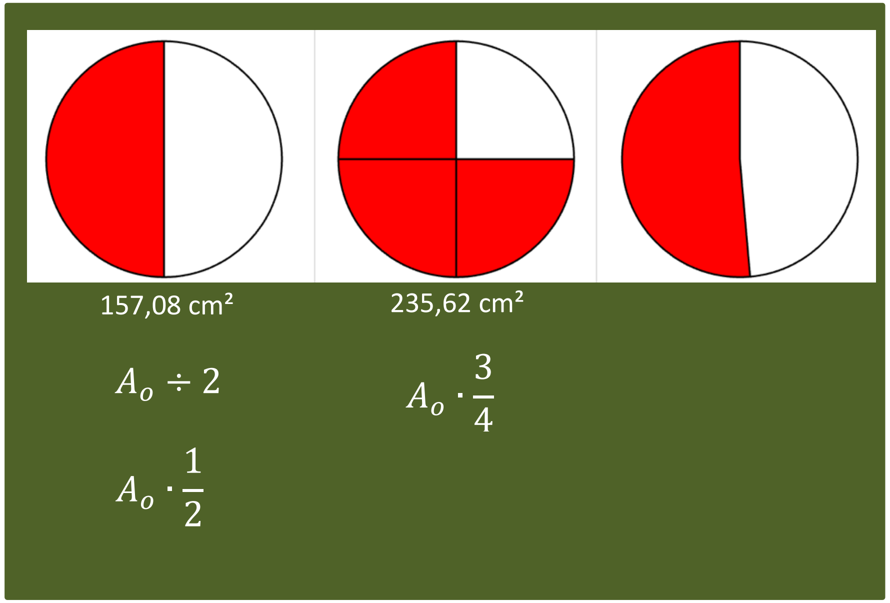
Ergänzt mal ½ an der Tafel.



LEHRKRAFT
„Das habt ihr gut hinbekommen! Jetzt hänge ich hier noch einen weiteren Kreisausschnitt dazu…“

Die Lehrkraft hängt einen weiteren Kreisausschnitt an die Tafel und deutet auf ihn.

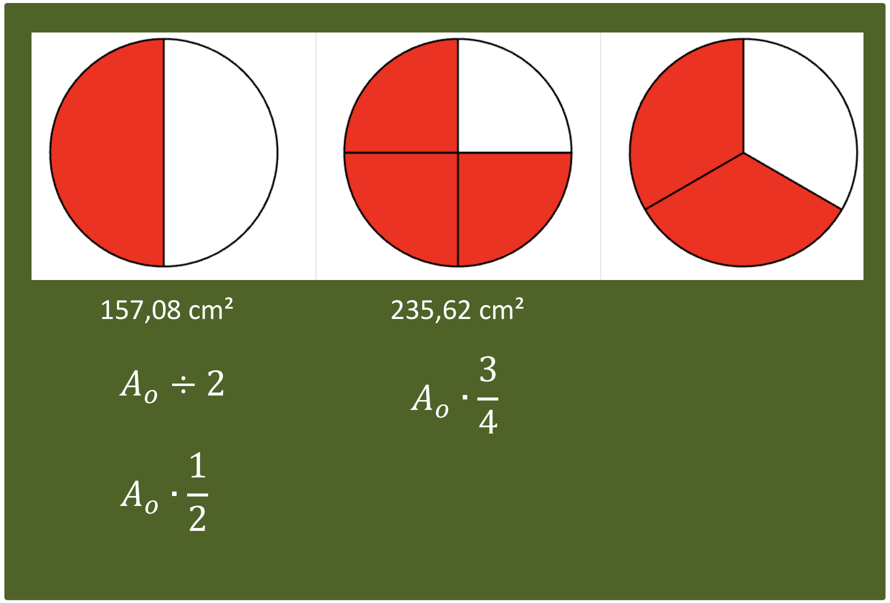
(Fortsetzung auf nächster Seite)

<table>
<tr><th>Positivere Version</th><th>Negativere Version</th></tr>
<tr>
<td>


LEHRKRAFT
„Könnt ihr auch hier den Flächeninhalt bestimmen?“

Die Lehrkraft wartet einen Moment. Es melden sich zwei Schüler:innen.

LEHRKRAFT
„Ja, Schüler:in 4.“

SCHÜLER:IN 4
„Hmm, naja, man sieht bei dem Kreisausschnitt eigentlich nur, dass er ein bisschen größer als der Halbkreis ist… Wie man das dann genau berechnet, weiß ich aber auch nicht.“
</td>
<td>


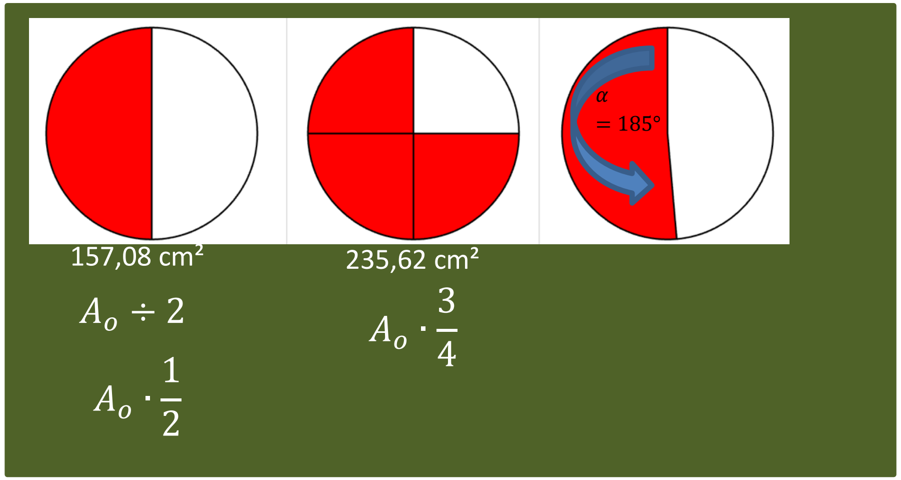
LEHRKRAFT
„Könnt ihr auch hier den Flächeninhalt bestimmen?“

Die Lehrkraft wartet einen Moment. Es melden sich zwei Schüler:innen.

LEHRKRAFT
„Ja, Schüler:in 4.“

SCHÜLER:IN 4
„Hmm, ich glaube den kann man ähnlich berechnen. Das sind ja 2/3. Also einfach den Flächeninhalt vom ganzen Kreis mal 2/3.“
</td>
</tr>
</table>

LEHRKRAFT *„Mhm. Haben die anderen da Ideen?“* Es melden sich mehrere Schüler:innen. *„Ja, Schüler:in 5?“* SCHÜLER:IN 5 *„Wir müssten wissen, wie groß der Teil vom ganzen Kreis* <u>genau</u> *ist.“* LEHRKRAFT *„Aha…* Die Lehrkraft zeichnet dann ohne weiteren Kommentar Alpha ein mit 185 Grad.	LEHRKRAFT *„Mhm. Das schreiben wir gleich mal dazu.“* Die Lehrkraft schreibt den Term unter den Kreisausschnitt an der Tafel (siehe etwas weiter unten). *„Was kommt denn da raus?“* Mehrere Schüler:innen tippen in den Taschenrechner und es melden sich einige Schüler:innen. *„Ja, Schüler:in 5?“* SCHÜLER:IN 5 *„Das sind dann 209,44 cm².“* LEHRKRAFT *„Genau.“* Die Lehrkraft schreibt das Ergebnis an die Tafel.

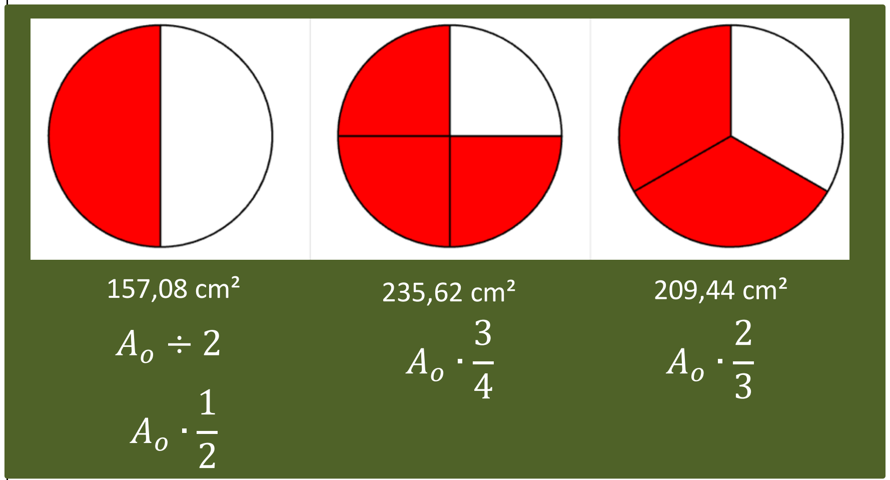


Einige Schüler:innen melden sich nach mehreren Sekunden.

LEHRKRAFT
„Schüler:in 6.“

SCHÜLER:IN 6
„Ahhhjaa, mit Grad geht das. Ein halber Kreis hat ja 180 Grad. Und ähm man sieht ja, dass es ein bisschen mehr ist, also 185 Grad kommt hin. (5 Sec. Pause)*“*

LEHRKRAFT
„Stimmt das? Was sagen die anderen dazu?“



LEHRKRAFT
„Dann sammeln wir jetzt mal noch weitere Kreisausschnitte, damit wir herausfinden, wie wir den Flächeninhalt allgemein berechnen können. Habt ihr Ideen für Kreisausschnitte?“

Einige Schüler:innen melden sich nach mehreren Sekunden.

LEHRKRAFT
„Schüler:in 6.“

SCHÜLER:IN 6
„Zum Beispiel einen Fünftelkreis, da würden wir dann geteilt durch 5 rechnen.“
Tippt nebenher in den Taschenrechner ein.

Die Lehrkraft macht eine Pause und wartet einen Moment ab. Es melden sich zwei Schüler:innen, Schüler:in 1 wird aufgerufen. SCHÜLER:IN 1 *„Ähm ja, der ganze Kreis hat ja 360 Grad.“* LEHRKRAFT *„Hilft uns das, um das Problem von Paul zu lösen? Also wissen wir jetzt, wie groß der Teil vom Ganzen genau ist?“* Die Lehrkraft macht eine kleine Pause. Es melden sich mehrere Schüler:innen, Schüler:in 7 wird aufgerufen. SCHÜLER:IN 7 *„Sind das jetzt nicht 185 von 360, so wie beim zweiten Beispiel 3 von 4?“* LEHRKRAFT *„Aha. Kannst du den anderen erklären, wie du das meinst?“* Die Lehrkraft dreht sich halb zur Tafel und schaut Schüler:in 7 auffordernd an. SCHÜLER:IN 7 *„Also wir müssten dann wieder den ganzen Flächeninhalt nehmen und dann mal 185/360stel rechnen. Also* $A_o \cdot \frac{185}{360}$*.“*	*„Da kommt dann 62,83 cm² raus.“* LEHRKRAFT *„Gut. Können wir die Rechnung auch so aufschreiben, wie bei den anderen Beispielen? Schüler:in 1.“* SCHÜLER:IN 1 *„Ja,* $A_o \cdot \frac{1}{5}$ *wäre das dann.“* LEHRKRAFT *„Mhm. Habt ihr noch andere, vielleicht auch schwierigere Beispiele?“* Die Lehrkraft macht eine kleine Pause. Es melden sich mehrere Schüler:innen, Schüler:in 7 wird aufgerufen. SCHÜLER:IN 7 *„Ich hab noch 3/7. Das ist schwieriger zu zeichnen.“* LEHRKRAFT *„Aha. Und ist der Flächeninhalt dann auch schwieriger zu berechnen?“* Es melden sich zwei Schüler:innen. Schüler:in 4 wird aufgerufen. SCHÜLER:IN 4 *„Ja, also man kann halt nicht einfach durch eine Zahl teilen.“* LEHRKRAFT *„Was sagen die anderen?“*

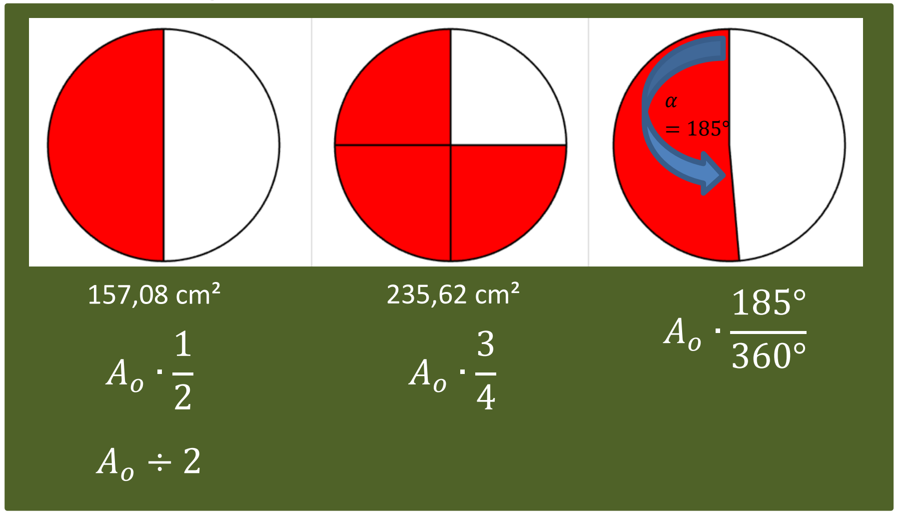
LEHRKRAFT
„Sind damit alle einverstanden?“

Mehrere SuS nicken. Die Lehrkraft schaut in die Runde und wartet kurz ab.

LEHRKRAFT
„Was können wir als Rechnung aufschreiben?“

SCHÜLER:IN 7
„A(Kreis) mal hundertfünfundachtzig Dreihundertsechzigstel.“

Die Lehrkraft ergänzt das Tafelbild.



Es meldet sich Schüler:in 1 und wird aufgerufen.

SCHÜLER:IN 1
„Man kann ja mal 3/7 rechnen. So wie vorhin bei mal ¾.“

LEHRKRAFT
„Sind damit alle einverstanden?“

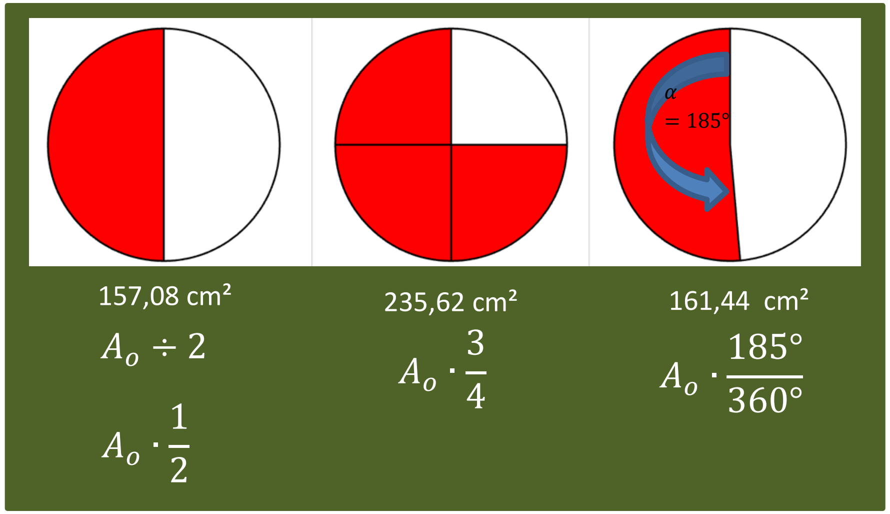
Mehrere Schüler:innen nicken. Die LK schaut in die Runde und wartet kurz ab.

LEHRKRAFT
„Gut. Was kommt denn da raus?“

Ein paar Schüler:innen tippen in den Taschenrechner. Dann melden sich mehrere Schüler:innen. Die Lehrkraft ruft Schüler:in 8 auf.

SCHÜLER:IN 8
„161,44 cm².“

Die Lehrkraft nickt lobend und schreibt das Ergebnis an die Tafel.



LEHRKRAFT
„Habt ihr noch andere Beispiele?“

Es melden sich mehrere Schüler:innen. Die Lehrkraft ruft Schüler:in 8 auf.
SCHÜLER:IN 8
„Wenn man einen 1/10 Kreis hätte oder einen 9/10 Kreis, dann müsste es auch genauso gehen. Also A_o mal 1/10 oder halt mal 9/10.“

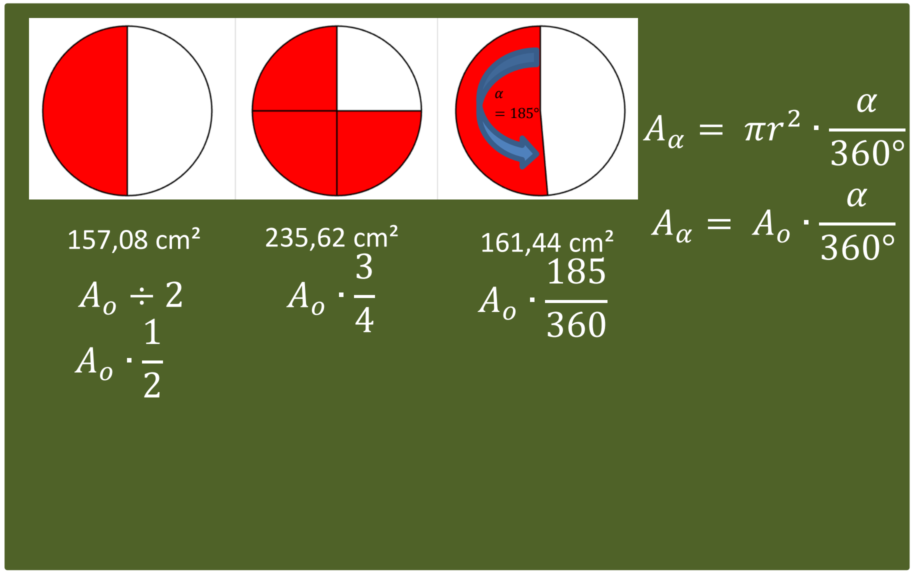
Die Lehrkraft nickt lobend.

LEHRKRAFT *„Und wenn der Mittelpunktswinkel jetzt nicht 185 Grad ist, sondern irgendein anderer Winkel alpha, z.B. 19 Grad oder 125 Grad? Wie könnten wir dann den Flächeninhalt vom dazugehörigen Kreisausschnitt berechnen?“* Nach mehreren Sekunden melden sich mehrere Schüler:innen. Die Lehrkraft wartet ab und ruft Schüler:in 6 dann auf. SCHÜLER:IN 6 *„Dann ersetzt man eben die 185 durch die andere Zahl.“* LEHRKRAFT *„Schüler:in 2.“* SCHÜLER:IN 2 *„Ja genau, man kann einfach wieder so rechnen wie eben. Also* A_o *mal 19/360, z.B.“* LEHRKRAFT *„Aha. Und geht das denn immer so?“* Kurze Pause. Mehrere Schüler:innen melden sich. *„Schüler:in 4“* SCHÜLER:IN 4 *„Wahrscheinlich schon.* (Schaut die Beispiele an der Tafel an). *Hmm, wobei wir es zuerst ja anders gemacht haben.“* LEHRKRAFT „*Schüler:in 1.*“	LEHRKRAFT *„So, jetzt haben wir ja einige Beispiele gesammelt. Wenn wir jetzt aber irgendeinen beliebigen Kreisausschnitt haben, mit irgendeinem Mittelpunktswinkel alpha, wie könnten wir dann den Flächeninhalt berechnen?“* Nach mehreren Sekunden melden sich mehrere Schüler:innen. Die Lehrkraft wartet ab und ruft Schüler:in 6 dann auf. SCHÜLER:IN 6 *„Dann ersetzt man eben zum Beispiel die 2/3 (zeigt auf das Beispiel an der Tafel) durch den neuen Bruch.“* LEHRKRAFT *„Schüler:in 2.“* SCHÜLER:IN 2 *„Man kann doch immer zum Beispiel durch 3 rechnen bei einem Drittelkreis und dadurch den Flächeninhalt von jedem beliebigen Kreisausschnitt berechnen.“* Die Lehrkraft wartet ab und es melden sich zwei Schüler:innen. LEHRKRAFT *„Schüler:in 4“* SCHÜLER:IN 4 *„Also ich glaube man kann einfach immer so rechnen: den Flächeninhalt vom ganzen Kreis mal dem Teil vom ganzen Kreis, den wir berechnen wollen.*

SCHÜLER:IN 1 *„Ich glaube, dass es bei den Kreisausschnitten, die ein ¾-Kreis oder ein Halbkreis sind, es eigentlich auch so geht mit den 360stel. Das wären beim Halbkreis dann ja einfach 180/360.“* LEHRKRAFT *„Okay*...(Die Lehrkraft macht eine kurze Pause). *Können wir mit diesen Überlegungen jetzt eine allgemeine Formel herleiten, mit der wir den Flächeninhalt von beliebigen Kreisausschnitten berechnen können? Schaut Euch auch nochmal unsere Beispiele an der Tafel an.“* Nach ein paar Sekunden meldet sich Schüler:in 7 und wird nach einer kurzen Pause von der Lehrkraft aufgerufen. SCHÜLER:IN 7 *„Man berechnet immer erst den Flächeninhalt vom ganzen Kreis.“* Schüler:in 2 meldet sich und wird von der Lehrkraft aufgerufen. SCHÜLER:IN 2 *„Dann hängt es von dem Winkel ab, den der Kreisausschnitt hat.“* LEHRKRAFT *„Ja, genau. Wir können diesen Winkel einfach alpha nennen. Wie geht es dann weiter?“* Die LK macht eine kurze Pause. Es melden sich mehrere Schüler:innen. Schüler:in 6 wird nach ein paar Sekunden aufgerufen. SCHÜLER:IN 6	LEHRKRAFT *„Okay…* (Die Lehrkraft macht eine kurze Pause). *Können wir mit diesen Überlegungen jetzt eine allgemeine Formel herleiten, mit der wir den Flächeninhalt von beliebigen Kreisausschnitten berechnen können? Schaut Euch auch nochmal unsere Beispiele an der Tafel an.“* Nach ein paar Sekunden meldet sich Schüler:in 1 und wird nach einer kurzen Pause von der Lehrkraft aufgerufen. SCHÜLER:IN 1 *„Man berechnet immer erst den Flächeninhalt vom ganzen Kreis.“* Schüler:in 7 meldet sich und wird von der Lehrkraft aufgerufen. SCHÜLER:IN 7 *„Und dann muss man halt zum Beispiel mal ½ rechnen bei einem Halbkreis.“* LEHRKRAFT *„Genau. Und beim Halbkreis ist ja der Mittelpunktswinkel 180 Grad. Und 1/2 kann man ja auch schreiben als 180/360. Denn der ganze Kreis hat 360 Grad, das hatten wir ja schon besprochen.“* LEHRKRAFT *„Und wenn wir jetzt irgendeinen beliebigen Mittelpunktswinkel alpha haben?“* Die LK macht eine kurze Pause. Es melden sich mehrere Schüler:innen. Schüler:in 6 wird nach ein paar Sekunden aufgerufen.

„Alpha durch 360, also als Bruch geschrieben. $\frac{\alpha}{360}$, *weil wir brauchen ja immer den passenden Teil vom ganzen Kreis."*

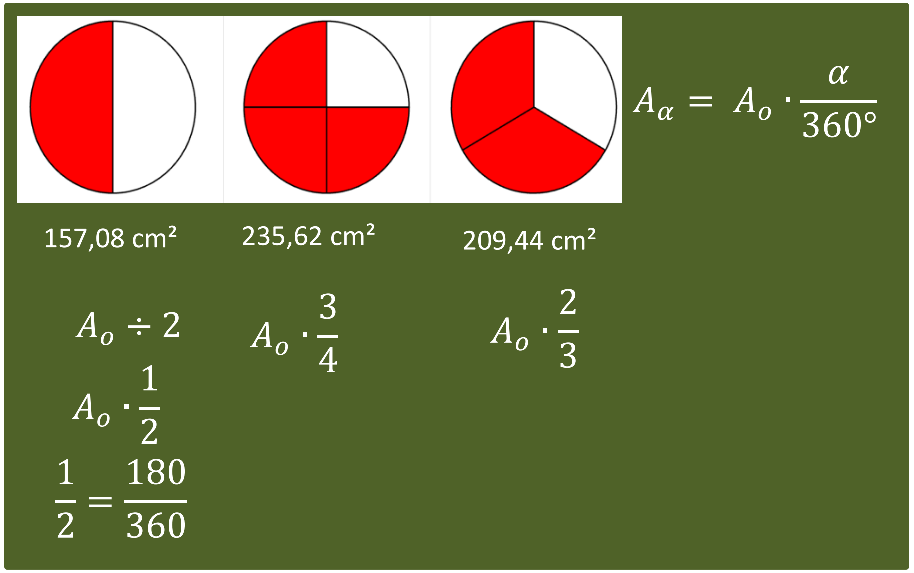
Die Lehrkraft nickt lobend und schreibt die Formel an die Tafel (siehe Tafelbild) und fasst die Formel abschließend zusammen.



ENDE

SCHÜLER:IN 6

„Dann müssen wir die 180 Grad durch alpha ersetzen?"
Die Lehrkraft nickt lobend und schreibt die Formel an der Tafel (siehe Tafelbild) und fasst die Formel abschließend zusammen.



ENDE

Skript zum Unterrichtsqualitätsaspekt Verständnisorientierung

Unterrichtsfach:	Mathematik
Klassenstufe:	7
Schulform:	Realschule, GMS
Qualitätsaspekt (UFB):	Verständnisorientierung (Item 1.1)
Skriptdauer:	ca. 7 Minuten
Unterrichtsziel:	Einführung des Distributivgesetzes mit Variablen

Unterrichtssituation:

LEHRKRAFT
„So, wir haben uns letzte Stunde ja schon damit beschäftigt, wie man Terme vereinfachen kann und welche Rechengesetze es dafür gibt, nämlich das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz. Was wir uns noch nicht überlegt haben, ist, wie man bei der Multiplikation Klammern auflösen und einbauen kann. Die Distributivgesetze, die fehlen uns für das Rechnen mit Variablen noch."
Schreibt „Distributivgesetze" an die Tafel.
„Wisst ihr denn noch was das Distributivgesetz für die Multiplikation sagt"
Es melden sich verschiedene Schüler:innen.
„Schüler:in 1!"

SCHÜLER:IN 1
„War das das mit dem Ausklammern und Ausmultiplizieren?"

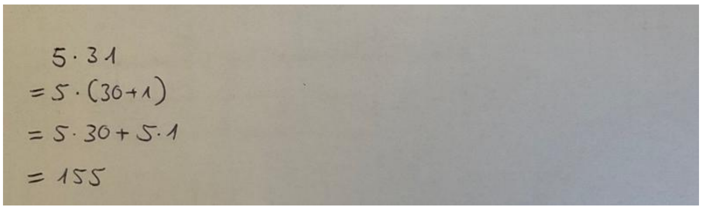
LEHRKRAFT
„Ja genau. Wer kann denn da mal ein Beispiel dazu machen?"
Wartet 15 Sec, weil sich niemand meldet.
„Wir hatten das beim geschickten Rechnen zum Beispiel genutzt, fällt euch *dazu was ein?"*
Es meldet sich nur Schüler:in 2.
„Schüler:in 2?"

SCHÜLER:IN 2
*„War das sowas wie 5*31, wo man dann die 31 in 30 und 1 zerlegt und dann einfach 5*30 und 5*1 rechnet?"*

LEHRKRAFT
„Sehr gut. Magst du das mal an die Tafel schreiben, damit sich alle wieder dran erinnern?"

SCHÜLER:IN 2

Geht vor an die Tafel und schreibt: $5 \cdot 31 = 5 \cdot (30 + 1) = 5 \cdot 30 + 5 \cdot 1 = 155$.

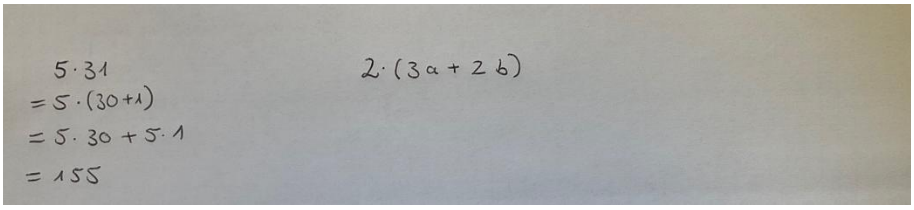


„So?“

LEHRKRAFT
„Ja. Wo genau hat Schüler:in 2 denn jetzt das Distributivgesetz genutzt?“
Es melden sich verschiedene Schüler:innen.
„Schüler:in 3?“

SCHÜLER:IN 3
„Naja, da wo sie die Klammer aufgelöst hat.“

LEHRKRAFT
„Ganz genau. Wenn wir jetzt mit Variablen rechnen wollen, ist dieses Distributivgesetz besonders wichtig, weil wir dann manchmal gar keine Möglichkeit haben, die Klammern sonst auszurechnen. Wir machen mal ein Beispiel:
Stellt euch vor, wir haben den Term $2 \cdot (3a + 2b)$.“
Schreibt den Term an die Tafel.



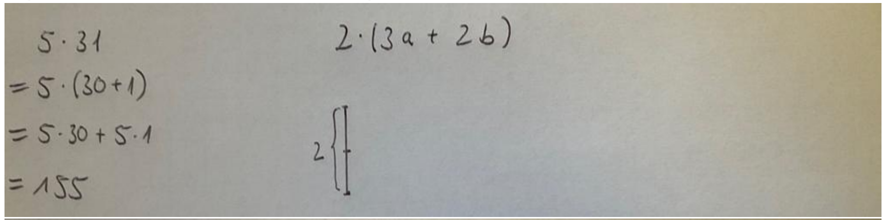
„Und den wollen wir vereinfachen. Was ist denn da das Problem?“
Es melden sich mehrere Schüler:innen.
„Schüler:in 4?“

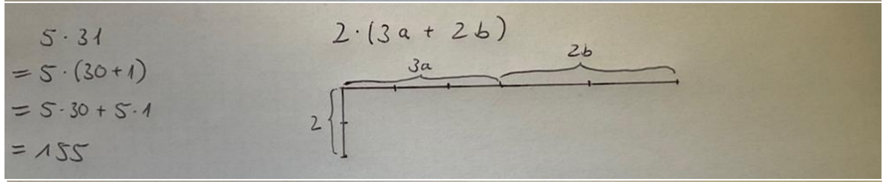
SCHÜLER:IN 4
„Wir wissen halt nicht wie viel $3a + 2b$ ist.“

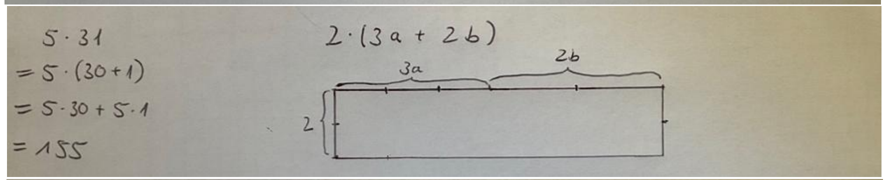
LEHRKRAFT
„Genau, das ist das Problem. a und b sind ja Variablen.“

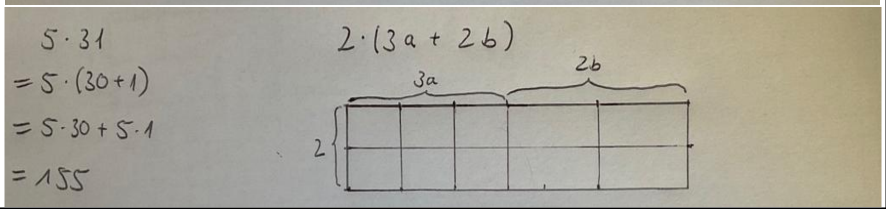
(Fortsetzung auf nächster Seite)

<table>
<tr><th>Positivere Version</th><th>Negativere Version</th></tr>
<tr><td>
LEHRKRAFT
„Ihr könnt euch das als Streckenlängen vorstellen. Die nennen wir a und b, wenn wir nicht wissen, wie lang sie sind und wenn sie sich verändern können. Machen wir uns mal ein Bild dazu.
Weil wir eine Multiplikation haben, beschreibt der Term hier den Flächeninhalt eines Rechtecks: Eine Seitenlänge ist 2 und die andere Seitenlänge ist 3-mal die Länge a, also zum Beispiel so lang und 2-mal die Länge b, das könnte zum Beispiel so lang sein.“

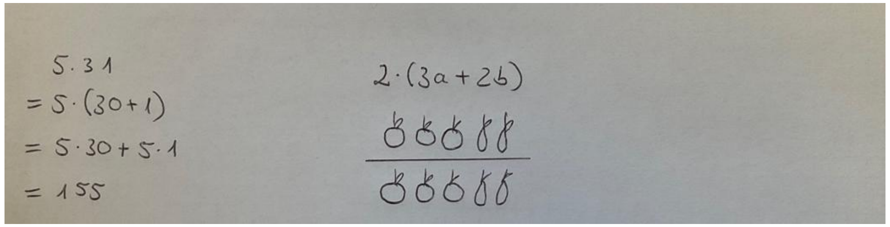
Zeichnet während des Sprechens die Seitenlängen an die Tafel und ergänzt dann die Unterteilungen.




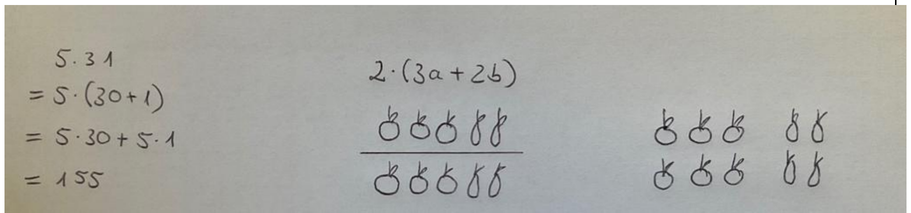


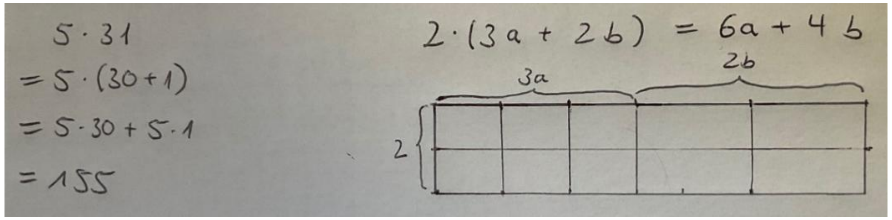
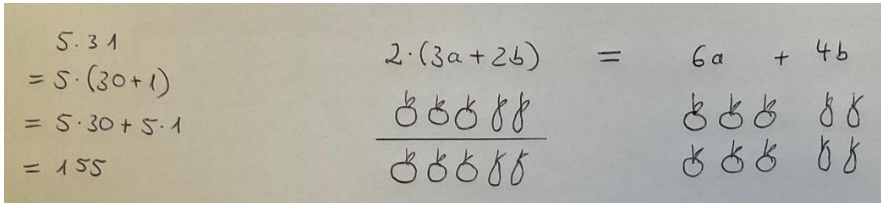


</td><td>
LEHRKRAFT
„Ihr könnt euch das vorstellen wie mit Äpfeln und Birnen.
Die darf man ja auch nicht einfach zusammenrechnen.
Machen wir uns mal ein Bild dazu. Weil wir mit zwei multiplizieren, sagt der Term ja, dass wir zwei Mal jeweils drei Äpfel und zwei Birnen haben. Die Variable a könnte ja zum Beispiel für Apfel und die Variable b für Birne stehen.“

Zeichnet während des Sprechens zeilenweise erst 3 Äpfel und 2 Birnen, eine horizontale Linie und nochmal 3 Äpfel und 2 Birnen.


</td></tr>
</table>

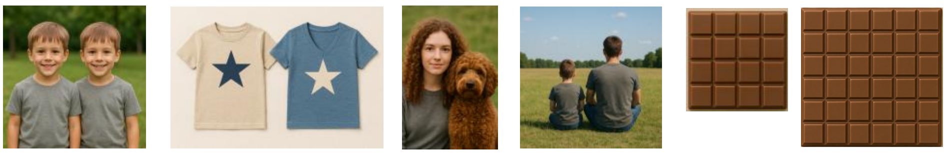
„Habt ihr jetzt eine Idee, wie man diesen Flächeninhalt noch anders beschreiben könnte?“ Es melden sich einige Schüler:innen. *„Schüler:in 5?“*	*„Könnt ihr jetzt sehen, wie viele Äpfel und Birnen wir jetzt insgesamt haben?“* Es melden sich einige Schüler:innen. *„Schüler:in 5?“*
SCHÜLER:IN 5 *„Naja, das ist 6 mal das eine Rechteck, also das mit dem Flächeninhalt 1*a und dann noch 4 mal das andere Rechteck mit dem Flächeninhalt 1*b.“*	SCHÜLER:IN 5 *„Naja, das sind 6 Äpfel und 4 Birnen.“*
LEHRKRAFT *„Aha. Ich kann denselben Flächeninhalt also auch anders beschreiben: 6 Rechtecke mit Flächeninhalt a und 4 Rechtecke mit Flächeninhalt b.“* Zeigt während des Sprechens auf die Rechtecke an der Tafel.	LEHRKRAFT *„Aha. Ich kann das Ganze also auch so zeichnen: 6 Äpfel und 4 Birnen.“* Zeichnet während des Sprechens eine zweite Anordnung an die Tafel: Erst alle Äpfel, dann die Birnen. 
„Wie können wir den Term also vereinfachen?“ Es melden sich verschiedene Schüler:innen. *„Schüler:in 6?“*	*„Wie können wir den Term also vereinfachen?“* Es melden sich verschiedene Schüler:innen. *„Schüler:in 6?“*
SCHÜLER:IN 6 *„$6a + 4b$.“*	SCHÜLER:IN 6 *„$6a + 4b$.“*
LEHRKRAFT *„Sehr gut.“* Schreibt an die Tafel und vervollständigt die Gleichung.	LEHRKRAFT *„Sehr gut.“* Schreibt an die Tafel und vervollständigt die Gleichung.

 *„Das heißt, wir können den Term* $2 \cdot (3a + 2b)$ *vereinfachen, indem wir* $6a + 4b$ *draus machen, weil beide Terme denselben Flächeninhalt beschreiben.* *Schaut euch mal an, was wir da gemacht haben:* $2 \cdot 3a$ *und* $2 \cdot 2b$*. Wir multiplizieren den Faktor vor der Klammer mit den beiden Summanden in der Klammer.“* Zeigt in der Gleichung an der Tafel während des Sprechens. *„Genau wie ohne Variablen. Das Muster ist das gleiche.* *Nur dass wir mit Variablen aufpassen müssen, dass wir nicht sagen können, welchen Wert sie haben, weil sie sich verändern können.“* ENDE	 *„Das heißt, wir können den Term* $2 \cdot (3a + 2b)$ *vereinfachen, indem wir* $6a + 4b$ *draus machen, weil beide Terme das gleiche Obst beschreiben. Schaut euch mal an, was wir da gemacht haben:* $2 \cdot 3a$ *und* $2 \cdot 2b$*. Wir multiplizieren den Faktor vor der Klammer mit beiden Summanden in der Klammer.“* Zeigt in der Gleichung an der Tafel während des Sprechens. *„Genau wie ohne Variablen. Das Muster ist das gleiche.* *Nur dass wir mit Variablen aufpassen müssen, dass wir nicht Äpfel und Birnen zusammenrechnen.“* ENDE

Skript zum Unterrichtsqualitätsaspekt
Ermittlung von Denkweisen und Vorstellungen

Unterrichtsfach:	Mathematik
Klassenstufe:	9
Schulform:	Realschule, GMS
Unterrichtsqualitätsaspekt (UFB):	Ermittlung von Denkweisen und Vorstellungen (Item 1.2)
Skriptdauer:	ca. 8 Minuten
Unterrichtsziel:	Einführung in das Thema Ähnlichkeit

Unterrichtssituation:



LEHRKRAFT
„Ich habe euch hier ein paar Bilder mitgebracht. Was fällt euch auf?"

Die Schüler:innen überlegen, viele Schüler:innen melden sich.

LEHRKRAFT
„Schüler:in 1 und dann Schüler:in 2.

SCHÜLER:IN 1
„Mhh also ich finde bei allen Bildern gibt es gewisse Ähnlichkeiten, also zum Beispiel die Zwillinge, die sehen sich richtig ähnlich und auch die T-Shirts mit den Sternen sehen bis auf die Farben fast gleich aus.

SCHÜLER:IN 2
„Ja, das wollt ich auch sagen. Aber die Zwillinge sehen sich zum Beispiel viel ähnlicher als die Frau und der Hund, obwohl die schon auch eine ähnliche Frisur haben (kichert)*…und der Vater und der Sohn die sehen sich auch ähnlich, da ist der Sohn ja eine Miniversion vom Vater, genauso wie bei der Schokolade"*

LEHRKRAFT
„Vielen Dank ihr beiden, das sind schon gute Beobachtungen. Ihr habt jetzt zur Beschreibung der Bilder den Begriff Ähnlich verwendet. Den Begriff nutzen wir im Alltag ja ziemlich häufig… habt ihr noch weitere Beispiele für Dinge aus dem Alltag, bei denen ihr sagen würdet, dass sie sich ähnlich sind?"
Mehrere Schüler:innen melden sich, einige melden sich, auch während Schüler:in 3 und 4 sprechen, weiter.
„Ja, Schüler:in 3."

SCHÜLER:IN 3
„Also meine Schwestern, die sehen sich auch sehr ähnlich. Nur vom Charakter her, sind sie ziemlich verschieden...(schaut sich kurz um) *Schüler:in 4“.*

SCHÜLER:IN 4
„Also ich find zum Beispiel, dass Schüler:in 5 und ich ganz ähnliche Fahrräder haben, das sind beides schwarze Mountainbikes und die haben beide so ne blaue Schrift, auch wenn da nicht genau das gleiche steht…(Schaut sich kurz um.) *Mh Schüler:in 6.“*

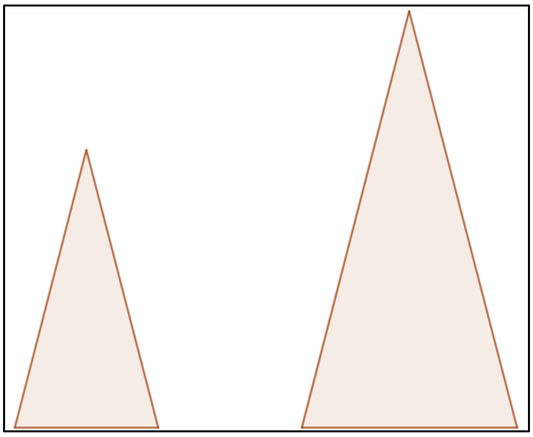
SCHÜLER:IN 6
„Ähm was mir noch einfällt also ich verwechsle zum Beispiel immer das Haus von Schüler:in 2 mit dem Nachbarhaus bei denen, weil die sehen sich echt ähnlich, also die Einfahrt und die Farbe zum Beispiel…“

LEHRKRAFT
„Super, vielen Dank. Ich möchte, dass ihr jetzt kurz mit eurem Nachbarn beziehungsweise eurer Nachbarin darüber sprecht, was „ähnlich“ für Euch in diesen Beispielen bedeutet. Danach sammeln wir hier vorne – los geht‘s.“
Die Schüler:innen wenden sich wieder ihre:m Sitznachbarn zu und murmeln leise über die Frage. Nach ein paar Minuten sagt die Lehrkraft:
„Okay, dann geht es hier vorne weiter! Was habt ihr besprochen?“
Viele Schüler:innen melden sich.
„Schüler:in 7 und dann Schüler:in 8.“

Schüler:in 7
„Naja also zum Beispiel bei den Menschen, die sich ähnlichsehen, da sind das ja so Sachen, die man sieht, also Haarfarbe, Augenfarbe… Und bei Gegenständen wenn Farbe, Form und Größe übereinstimmen, oder fast übereinstimmt, dann sind die Sachen ähnlich würd ich sagen.“

Schüler:in 8
„Hmm also wenn alles übereinstimmt, würde ich aber nicht sagen, dass die Gegenstände ähnlich sind. Dann sind sie ja gleich. Also die meisten Eigenschaften müssen schon gleich sein, aber eben nicht alle. Dann sind sie ähnlich.“

LEHRKRAFT
„Gut. Vielen Dank Schüler:in 7 und Schüler:in 8. Schauen wir uns weitergehend diese beiden Dreiecke an.“
Zeigt die Dreiecke in der Präsentation.



„Ich möchte auch hier wissen, was ihr über die Ähnlichkeit sagt. Dafür dürft ihr euch jetzt kurz mit eurem Nachbarn oder eurer Nachbarin austauschen, bevor wir gemeinsam darüber sprechen.“
Die Schüler:innen wenden sich zu ihre:m Sitznachbar:in und murmeln leise über die Frage. Die Lehrkraft wartet kurz.

LEHRKRAFT
„Soooo, dann wollen wir gemeinsam hier vorne besprechen, was ihr über die Ähnlichkeit der beiden Dreiecke besprochen habt. Wer fängt an?“

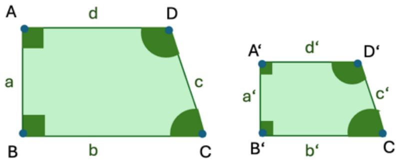
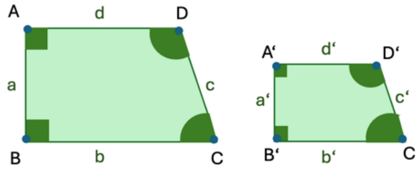
Viele Schüler:innen melden sich. Die Lehrkraft ruft Schüler:in 1 auf, einige andere melden sich weiter.

SCHÜLER:IN 1
„Also wir würden schon sagen, dass die von der Form her ganz ähnlich sind.“

Viele Schüler:innen nicken und stimmen zu. Schüler:in 1 gibt an Schüler:in 3 weiter.

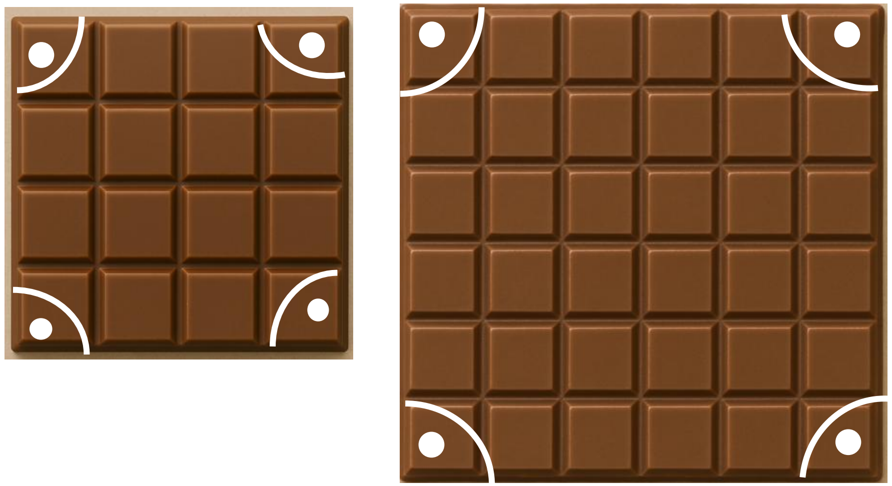
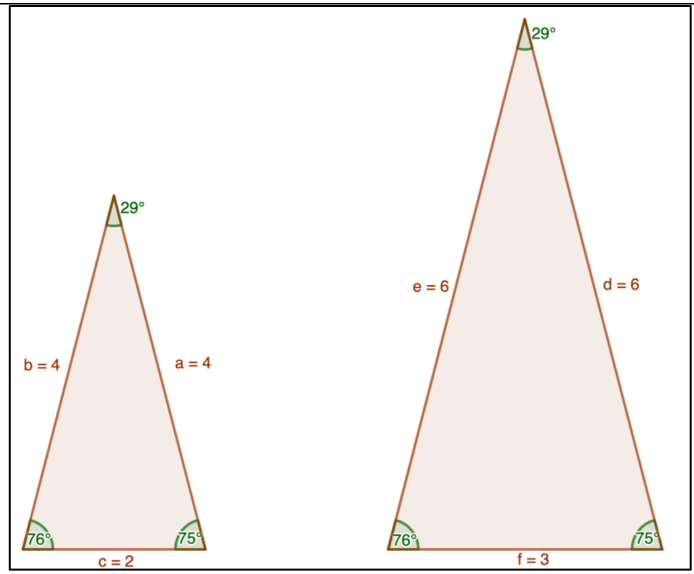
SCHÜLER:IN 3
„Ja, also das haben wir auch besprochen. Das rechte könnte eine vergrößerte Version vom linken sein..“

(Fortsetzung auf nächster Seite)

Positivere Version	**Negativere Version**
LEHRKRAFT *„Ja, genau! In der Mathematik hängt die Frage, ob zwei Figuren ähnlich sind, tatsächlich eng damit zusammen, ob wir aus der einen Figur durch Vergrößern oder Verkleinern die andere machen können. Das muss im Alltag ja nicht so sein. Es soll heute darum gehen, was wir in der Mathematik unter „ähnlich“ verstehen. Während ihr ganz viele verschiedene Möglichkeiten gefunden habt, um im Alltag zu beschreiben, ob etwas ähnlich ist, ist das in der Mathematik ganz klar definiert. Ich habe hier die Definition mitgebracht. Wer liest einmal vor?“* Zeigt die Definition in der Präsentation. Einige Schüler:innen melden sich. *„Schüler:in 9.“* Durch Vergrößern oder Verkleinern einer Figur ensteht eine ähnliche Figur. Die Längenverhältnisse zusammengehöriger Seiten sind gleich und stimmen mit dem Faktor k überein. Es gilt: $k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d}$  Zusammengehörige Winkel sind gleich groß. Schüler:in 9 liest die Definition von Ähnlichkeit vor.	LEHRKRAFT *„Ja, genau! Ob etwas ähnlich zueinander ist, hängt tatsächlich eng damit zusammen, ob wir aus dem einen durch Vergrößern oder Verkleinern das andere machen können* (macht eine kurze Pause). *Damit das noch ein bisschen klarer wird, habe ich euch die Definition mitgebracht. Wer liest einmal vor?“* Zeigt die Definition in der Präsentation. Einige Schüler:innen melden sich. *„Schüler:in 9.“* Durch Vergrößern oder Verkleinern einer Figur ensteht eine ähnliche Figur. Die Längenverhältnisse zusammengehöriger Seiten sind gleich und stimmen mit dem Faktor k überein. Es gilt: $k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d}$  Zusammengehörige Winkel sind gleich groß. Schüler:in 9 liest die Definition von Ähnlichkeit vor.

LEHRKRAFT *„Vielen Dank. In der Definition wird ähnlich ja am Beispiel von zwei Vierecken definiert. Was heißt diese mathematische Definition denn jetzt für unsere Beispiele vom Anfang hier? Prüft doch mal, ob diese Definition da auch zutrifft“* Zeigt auf die Beispiele neben der Definition. Die Schüler:innen überlegen, es melden sich einige Schüler:innen. LEHRKRAFT *„Schüler:in 2 und dann Schüler:in 3.“* SCHÜLER:IN 2 *„Hmmm ich glaube so ähnlich sehen sich zum Beispiel der Vater und der Sohn dann doch nicht, dass man sie nur vergrößern oder verkleinern muss…“* SCHÜLER:IN 3 *„Ich hätt‘ gesagt, dass das bei der Schokolade auf jeden Fall geht. Da ist die eine Tafel ja kleiner und die große sieht aus, als hätte man sie nur vergrößert mit den gleichen Längenverhältnissen. Und, also ich frag mich auch, ob das bei Menschen dann überhaupt geht, dass die wirklich ähnlich sind, also so, wie es die Definition sagt…Und bei den Sternen…die sind sich auch zu unterschiedlich die Sterne an sich schon…Deswegen würd ich sagen nur die Schokoladentafeln sind ähnlich.“*	LEHRKRAFT *„Vielen Dank. Das war ja jetzt sehr formal. Wer kann die Definition noch einmal in eigenen Worten wiedergeben?“* Es melden sich einige Schüler:innen. LEHRKRAFT *„Schüler:in 2 und dann Schüler:in 3, wenn du noch ergänzen kannst.“* SCHÜLER:IN 2 *„Hmmm ja also ich würd sagen, dass sich was ähnlich ist, wenn man das eine so verkleinern oder vergrößern kann, dass dann das andere rauskommt. Und dafür muss man den Faktor k, also den Streckfaktor berechnen. Und die Winkel müssen halt gleich sein.“* SCHÜLER:IN 3 *„Ja, das hätt ich auch gesagt. Also man überprüft, ob bei den entsprechenden Seiten immer das gleiche k rauskommt, damit man weiß, ob das wirklich eine Vergrößerung war. Und was dann noch wichtig ist, ist, dass auch Winkel jeweils immer gleich groß sein müssen.“*

LEHRKRAFT *„Ja super, das sind ganz wichtige Beobachtungen. Ihr seht also: In der Mathematik reicht es nicht aus, wenn zwei Figuren beispielsweise die gleiche Farbe haben oder zwei Personen die gleiche Kleidung anhaben. In der Mathematik sind nur Figuren ähnlich, die durch Vergrößern oder Verkleinern ineinander überführbar sind. Dabei ist es wichtig, dass die Längenverhältnisse der zusammengehörigen Seiten gleichbleiben* (macht eine Pause). *Wir wollen mal an dem Beispiel mit den Schokoladentafeln hier* (zeigt auf die Präsentation, in der die Schokoladentafeln jetzt nochmal zu sehen sind) *gemeinsam die Definition für „Ähnlich“ anwenden. Dafür teile ich euch noch das Arbeitsblatt aus, auf dem ihr die Definition und das Beispiel nochmal sehen könnt.“*	LEHRKRAFT *„Ja super, das habt ihr gut erklärt. Ihr seht also: Zwei Figuren sind ähnlich, wenn sie durch Vergrößern oder Verkleinern ineinander überführbar sind. Dabei ist es wichtig, dass die Längenverhältnisse der zusammengehörigen Seiten gleichbleiben, genauso wie die zusammengehörigen Winkel, genau. Damit haben wir jetzt eine Definition, mit der wir immer genau sagen können, wann zwei Figuren ähnlich sind. In dem Beispiel wurde das ja jetzt anhand eines Viereckes gemacht. Wir wollen mal an unserem Beispiel vom Dreieck hier* (zeigt auf die Präsentation, in der das Beispiel jetzt mit Seitenlängen zu sehen ist) *gemeinsam die Definition für Ähnlichkeit anwenden. Dafür teile ich euch noch das Arbeitsblatt aus, auf dem ihr die Definition und das Beispiel nochmal sehen könnt.“*

<table>
<tr>
<td>

Die Lehrkraft teilt mit Hilfe von zwei Schüler:innen die Blätter aus. Die Schüler:innen überlegen ein paar Sekunden.
LEHRKRAFT
„Wer kann mir nochmal erklären, wie wir hier jetzt mit Hilfe der Definition bei den Schokoladentafeln überprüfen können, ob sie zueinander ähnlich sind?“
Es melden sich Schüler:in 3 und Schüler:in 5 und einige weitere Schüler:innen.
„Schüler:in 5.“
</td>
<td>


Die Lehrkraft teilt mit Hilfe von zwei Schüler:innen die Blätter aus. Die Schüler:innen überlegen ein paar Sekunden.
LEHRKRAFT
„Wer kann mir nochmal erklären, wie wir hier jetzt mit Hilfe der Definition bei den Dreiecken überprüfen können, ob sie zueinander ähnlich sind?“
Es melden sich Schüler:in 3 und Schüler:in 5 und einige weitere Schüler:innen.
„Schüler:in 5.“
</td>
</tr>
</table>

SCHÜLER:IN 5 *„Also wir müssen ja jetzt rausfinden, ob die kleine Schokolade vergrößert werden kann zur großen Schokolade. Dafür würd ich dann den Faktor k berechnen. Also so wie wir das immer gemacht haben, also bei allen Seiten, die zusammengehören erstmal schauen was da rauskommt. Das wäre dann zum Beispiel hier, also man kann ja einfach die Stücke zählen an einer Seite erstmal…Also 6 und 4.“*	SCHÜLER:IN 5 *„Also, wir müssen ja jetzt rausfinden, ob das kleine Dreieck vergrößert werden kann zum großen Dreieck. Dafür würd ich dann den Faktor k berechnen. Also so wie wir das immer gemacht haben, also bei allen Seiten, die zusammengehören erstmal schauen was da rauskommt. Das wäre dann zum Beispiel d/a….also 6/4.“*
LEHRKRAFT *„Ja, genau, das ist das richtige Vorgehen. Wer hat denn schon herausgefunden, ob hier die Längenverhältnisse der entsprechenden Seiten wirklich immer alle gleich sind? Konrad, bist du schon so weit?“*	LEHRKRAFT *„Ja, genau, das ist das richtige Vorgehen. Wer hat denn schon herausgefunden, ob hier die Längenverhältnisse der entsprechenden Seiten wirklich immer alle gleich sind? Konrad, bist du schon so weit?“*
SCHÜLER:IN 3 *„Ja, also die Längenverhältnisse stimmen immer überein, es kommt immer 1,5 raus, weil es ja quadratisch auch ist.“*	SCHÜLER:IN 3 *„Ja, also die Längenverhältnisse stimmen immer überein es kommt immer 1,5 raus.“*
LEHRKRAFT *„Und passt das zur Definition von ähnlich? Schüler:in 2.“*	LEHRKRAFT *„Und passt das zur Definition von ähnlich? Schüler:in 2.“*
SCHÜLER:IN 2 *„Ja also die Winkel sind ja auch noch gleich. Und genau das wurde ja in der Definition gesagt.“*	SCHÜLER:IN 2 *„Ja also die Winkel sind ja auch noch gleich. Und genau das wurde ja in der Definition gesagt.“*
LEHRKRAFT *„Super, genau so ist es auch. Die beiden Schokoladentafeln sind tatsächlich auch im mathematischen Sinne ähnlich.* (Kurze Pause.) *Gut, jetzt sollt ihr alleine noch bei ein paar weiteren Figuren untersuchen,*	LEHRKRAFT *„Super, genau so ist es auch. Die beiden Dreiecke sind sich tatsächlich ähnlich.* (Kurze Pause.) *Gut, jetzt sollt ihr alleine noch bei ein*

ob sie ähnlich sind. Wir besprechen sie dann danach gemeinsam. Die Beispiele findet ihr auch auf der Rückseite vom Arbeitsblatt.“ ENDE	*paar weiteren Figuren untersuchen, ob sie ähnlich sind. Wir bespre-chen sie dann danach gemeinsam. Die Beispiele findet ihr auch auf der Rückseite vom Arbeitsblatt.“* ENDE

Die hier genutzten Bilder sind KI generiert (ChatGPT).